

ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE
Stavebná fakulta
Katedra geotechniky

Autoreferát dizertačnej práce na získanie
akademického titulu „philosophiae doctor“, v skratke „PhD.“

**POUŽITIE NEURÓNOVÝCH SIETÍ V RÁMCI
POKROČILÝCH KONŠTITUČNÝCH
MODELOV ZEMÍN**

Ing. Filip Cigáň

Žilina jún 2025

Dizertačná práca bola vypracovaná v rámci denného doktorandského štúdia na Stavebnej fakulte Žilinskej univerzity v Žiline.

Predkladateľ: Ing. Filip Cigán
Žilinská univerzita v Žiline, Stavebná fakulta, Katedra

geotechniky

Univerzitná 8215/1, 01026 Žilina

Školiteľ: doc. Ing. Juraj Mužík, PhD.

Žilinská univerzita v Žiline, Stavebná fakulta, Katedra

geotechniky

Univerzitná 8215/1, 01026 Žilina

Oponenti: 1. prof. Ing. Karel Kovářik, PhD.

2. doc. RNDr. Hruběšová, Ph.D.

VŠB Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební, katedra
geotechniky a podzemního stavitelství

Ludvika Poděště 1875/17, 708 00 Ostrava - Poruba

3. Ing. Ladislav Kais, PhD.

Valbek Sk, spol. s r.o.

Bôrická cesta 3047/107,

010 01 Žilina

Autoreferát bol rozoslaný dňa

.....

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa o

..... hod.

v zasadačke dekanátu AE 307 na Stavebnej fakulte Žilinskej univerzity v Žiline,
Univerzitná 8215/1, pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce schválenou
spoločnou odborovou komisiou dňa

študijný odbor: stavebníctvo

študijný program: teória a konštrukcie inžinierskych stavieb

S dizertačnou prácou sa možno oboznámiť na referáte pre vedu a výskum dekanátu
Stavebnej fakulty Žilinskej univerzity v Žiline, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.

prof. Ing. Marián Drusa, PhD.
Predseda odborovej komisie

OBSAH

ÚVOD	4
1 CIELE DIZERTAČNEJ PRÁCE	5
2 PREHĽAD SÚČASNÉHO STAVU RIEŠENEJ PROBLEMATIKY	5
2.1 Neurónové siete vo výpočtoch metódou konečných prvkov	5
2.2 Neurónové siete pre konštitučné modelovanie zemín	5
2.3 Prehľad a výzvy v konštitučnom modelovaní pomocou neurónových sietí	5
2.4 Všeobecné poznatky a trendy	6
3 TEORETICKÁ ČASŤ	6
3.1 Umelá inteligencia a strojové učenie	6
3.2 Strojové učenie a výzvy	7
3.3 Neurónové siete	7
3.4 Konštitučný model a jeho komponenty	7
3.5 Plasticita a plastický potenciál	7
4 EXPERIMENTÁLNA ČASŤ	7
4.1 Oedometrická skúška	8
4.2 Triaxiálna skúška	9
4.3 Súhrn stanovených parametrov	9
4.4 Porovnanie MCC s experimentálnymi dátami	10
4.5 Architektúra konštitučného modelu	12
4.6 Integrácia do numerických metód	12
4.7 Validácia na simulovaných triaxiálnych skúškach	13
4.8 Limitácie a oblasti ďalšieho výskumu	16
4.9 Limitácie a oblasti ďalšieho výskumu	19
5 ZÁVERY	20
6 SUMMARY	21
ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	22
PUBLIKOVANÉ ČLÁNKY	28

ÚVOD

Dizertačná práca, sa zameriava na využitie princípov strojového učenia a konceptu neurónových sietí v rámci nových rámcov konštitučného modelovania zemín. Konštitučný model je matematický model, ktorý opisuje vzťah medzi zaťažením materiálu (napr. silami, momentmi) a jeho reakciou (napr. deformáciami, pohybom). Konštitučný model definuje, ako sa materiál správa pod vplyvom rôznych fyzikálnych vplyvov, ako sú napríklad sily alebo teplota. V geotechnike a stavebníctve sa konštitučné modely často používajú na predpovedanie správania konštrukcií a materiálov, ako sú betón, oceľ, alebo zemina, pod rôznymi zaťažovacími podmienkami. Tieto modely sú kľúčové pre návrh, analýzu konštrukcií a pre pochopenie, ako sa budú správať počas svojej životnosti. Problémom konštitučných modelov je fakt, že je veľmi náročné správne a presne namodelovať správanie jednotlivých materiálov [1].

V geotechnike sa stretávame s obzvlášť náročnou úlohou, keďže zemina ako taká, je prevažne nehomogénny anizotropný materiál so značne nelineárnym správaním pri mechanickom namáhaní. Predstavuje materiál, ktorý je náročný na akýkoľvek všeobecný popis. Jedným z najznámejších konštitučných modelov je Hookov zákon pre lineárne pružné materiály, ktorý hovorí, že deformácia materiálu je priamo úmerná aplikovanej sile. Existujú však aj komplexnejšie konštitučné modely, ako v prípade komplexného materiálového modelu (Cam-Clay). Ani tento model nie je schopný zachytiť všetky deformačné aspekty zeminy a znemožňuje akýkoľvek pokus o zovšeobecnenie zeminy ako mechanicky namáhaného materiálu. Úsilie o vylepšenie a presnejšie modelovanie existujúcich modelov vedie k vzniku komplexných a neustále sa rozširujúcim matematickým konštitúciám. Tieto konštitúcie prinášajú dvojakú problematiku - na jednej strane spôsobujú nestabilitu v rámci súčasných numerických riešičov, na druhej strane vyžadujú pridávanie nových vstupov a materiálových vlastností, čo predstavuje výzvy vzhľadom na laboratórne vybavenie, metodiku a značné finančné náklady.

Cieľom tejto práce je potvrdiť koncept modelovania konštitučného správania pomocou strojového učenia a tak predpovedať deformáciu pôdy bez potreby explicitného definovania jednotlivých aspektov konštitučných modelov. Konkrétne práca je zameraná na použitie neurónových sietí ako optimálneho aproximátora s učením na syntetických dátach, ktoré predstavujú výstup elasticko-plastického konštitučného modelu pôdy modifikovaný Cam-Clay [62]. Jedným cieľom je preukázať schopnosť neurónových sietí reprodukovat tento model.

V metodológii sú najskôr zozbierané údaje o konštitučnom správaní elasticko-plastických konštitučných modeloch pôdy a vytvorení trénovacej množiny dát. Potom sa navrhne a natrénuje neurónová sieť na základe týchto dát. Výsledky modelu sú porovnané s existujúcimi konštitučnými modelmi zemín a vyhodnotené z hľadiska účinnosti a presnosti prístupu.

1 CIELE DIZERTAČNEJ PRÁCE

Počas riešenia projektu dizertačnej práce boli stanovené nasledovné ciele práce:

1. Overiť využitie neurónových sietí ako efektívny nástroj v konštitučnom modelovaní zemín, schopný modelovať komplexné vzťahy s vyššou presnosťou ako tradičné konštitučné modely.
2. Navrhnuť model založený na neurónovej sieti prekonávajúci tradičné konštitučné modely v presnosti, robustnosti, alebo v situáciách s komplexnými alebo nehomogénnymi podmienkami.
3. V rámci numerickej analýzy demonštrovať výhodnosť konštitučného modelu na báze neurónovej siete oproti konvenčným konštitučným modelom.

2 PREHLAD SÚČASNÉHO STAVU RIEŠENEJ PROBLEMATIKY

V rámci vývoja konštitučných modelov zemín sa v posledných rokoch intenzívne skúma využitie strojového učenia, najmä neurónových sietí. Tieto prístupy nahrádzajú alebo dopĺňajú klasické fyzikálne modely s cieľom zlepšiť presnosť predikcií, znížiť výpočtovú náročnosť a minimalizovať závislosť od zložitých laboratórnych skúšok.

2.1 Neurónové siete vo výpočtoch metódou konečných prvkov

Tréning neurónových sietí na experimentálnych dátach umožňuje predikciu napäťovo-deformačných vzťahov bez potreby explicitného modelu. Výhodou je objektivita, adaptabilita a eliminácia potreby určovania materiálových parametrov. Štúdie preukázali schopnosť nahradiť alebo doplniť klasické modely pri FEM [2].

2.2 Neurónové siete pre konštitučné modelovanie zemín

Predstavili sa dva hlavné prístupy: generický (čierna skrinka) a komponentový (zohľadňujúci fyzikálne zákonitosti). Výhodou je zníženie požiadaviek na vstupné parametre a možnosť učiť sa priamo z napäťovo-deformačných dát. Perspektívne sa odporúča výskum rekurentných sietí a schopnosti extrapolácie [1].

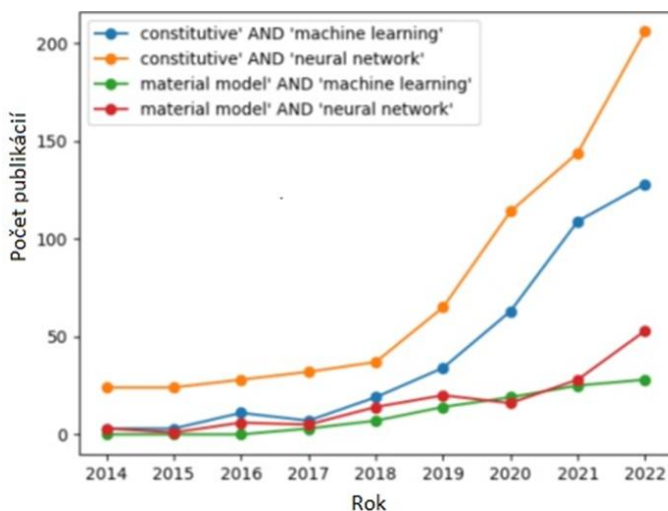
2.3 Prehľad a výzvy v konštitučnom modelovaní pomocou neurónových sietí

Moderné výskumy zdôrazňujú potrebu prepojenia fyzikálnych zákonov s dátovo-orientovanými prístupmi. Začlenenie fyzikálnych obmedzení zvyšuje robustnosť modelov, avšak môže znížovať ich generalizačnú schopnosť. Kľúčové výzvy

zahŕňajú potrebu benchmarkov, interpretovateľnosti a riadenia kvality predikcie [3].

2.4 Všeobecné poznatky a trendy

Rozmach publikácií potvrdzuje rastúci záujem o túto interdisciplinárnu oblasť. Dátovo riadené modely ponúkajú potenciál nahradiť klasické prístupy za predpokladu dostatočného množstva kvalitných dát. Ich výhodou je absencia nutnosti fyzikálnych predpokladov, no zároveň čelia problémom s extrapoláciou a interpretáciou výstupov. Naopak, klasické konštitučné modely sú ľahšie interpretovateľné, ale trpia zjednodušeniami a obmedzenou presnosťou. Rastúci počet publikácií pre konštitučné modelovanie a strojové učenie je znázornený na obrázku 2.1.



Obr. 2.1 Ročné publikácie pre kľúčové slová [4]

3 TEORETICKÁ ČASŤ

3.1 Umelá inteligencia a strojové učenie

Umelá inteligencia (AI) sa stala kľúčovou technológiou 21. storočia, pričom veľký vplyv mala firma OpenAI a jej model ChatGPT (2022). Koncept AI vznikol už v 50. rokoch 20. storočia prácou A. Turinga, ktorý predstavil známy Turingov test [4]. AI zahŕňa široké spektrum úloh ako riešenie problémov či rozpoznávanie reči, zatiaľ čo strojové učenie (ML) je podmnožinou AI umožňujúcou modelom učiť sa z dát. Hlboké učenie (DL) tvorí ďalšiu špecializáciu ML, využívajúcu neurónové siete [5].

3.2 Strojové učenie a výzvy

ML sa opiera o modelovanie na základe trénovacích dát [6], pričom cieľom je všeobecná aplikovateľnosť modelu – zovšeobecnenie [5]. Významným rizikom je pretrénovanie, keď model presne reprodukuje trénovacie dáta, no zlyháva pri nových vstupoch [8]. Riešením sú metódy ako regularizácia a validácia vrátane krížovej validácie [9] [10].

3.3 Neurónové siete

Neurónové siete (NN) pozostávajú z uzlov (neurónov), ktoré spracúvajú vážené vstupy a aplikujú aktivačné funkcie [15]. Sieť môže byť tvorená vstupnou, výstupnou a jednou či viacerými skrytými vrstvami. Štruktúra siete pripomína biologické neurónové siete v mozgu [13] [14].

3.4 Konštitučný model a jeho komponenty

Konštitučný model opisuje správanie geotechnických materiálov pod zaťažením [16]. Využívajú sa veličiny ako napätie, deformácia, história zaťaženia a veľa ďalších parametrov [17]. Kontinuita a napätie sa modelujú podľa princípov kontinuálnej mechaniky [18] [19]. Malé deformácie sú modelované cez pretvorenie a uhlovú deformáciu [19].

3.5 Plasticita a plastický potenciál

Ideálna plasticita predpokladá pevne definované podmienky porušenia. Rovnice plasticity definujú smer a rozsah plastickej deformácie pomocou potenciálnej funkcie g [26]. Rozlišuje sa asociovaná a neasociovaná plasticita, z ktorých každá má svoje výhody i obmedzenia. Plastický násobiteľ λ je určený podmienkou plasticity [24].

4 EXPERIMENTÁLNA ČASŤ

V tejto fáze výskumu bola pozornosť zameraná na experimentálne stanovenie parametrov modifikovaného Cam-Clay modelu. Parametre zemín boli stanovené pomocou laboratórnych experimentov. Vzorky zemín pochádzali z obce Horovce, okres Púchov. Skúšky boli realizované na neporušenej ílovej vzorke (F6–íl s nízkou plasticitou, hĺbka 12,0–12,4 m).

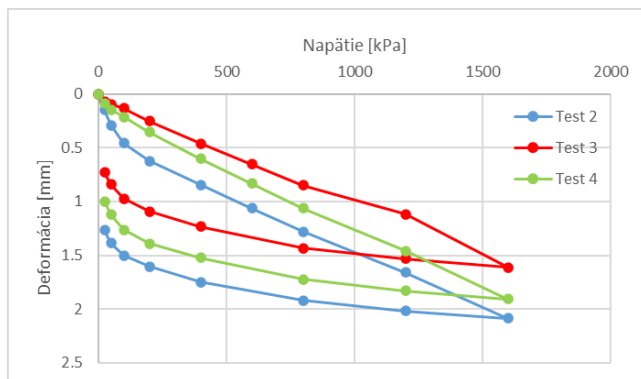
Za účelom identifikácie potrebných vstupných parametrov pre modifikovaný Cam-Clay model boli vykonané dve typické geotechnické laboratórne skúšky:

- **Triaxiálna odvodnená skúška (CD)**, z ktorej boli odvodené parametre kohézie (c), uhol vnútorného trenia (φ) a sklon kritickej čiary (CSL),

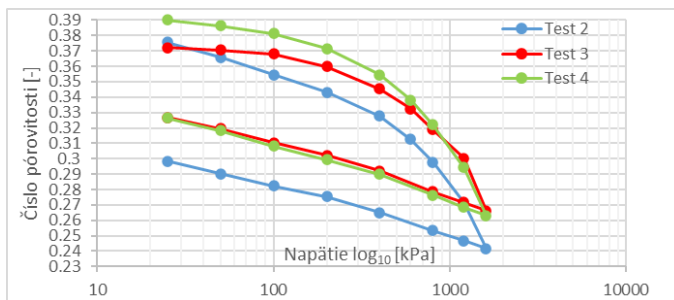
- **Oedometrická skúška**, z ktorej boli stanovené sklon konsolidačnej vetvy (λ), sklon odťažovacej vetvy (κ), prekonsolidačné napätie (p'_c) a špecifický objem V pri efektívnom napätí $p' = 1 \text{ kPa}$ (N).

4.1 Oedometrická skúška

V rámci experimentálnej časti boli vykonané dve platné oedometrické skúšky s cieľom určiť konsolidačné parametre jemnozrnnej zeminy. Vzorky boli vystavené sekvenčnému zvyšovaniu a následnému znižovaniu vertikálneho napätia v rozsahu 25 až 1600 kPa. V každom kroku sa zaznamenávala výška vzorky, pričom zmena zaťažovacieho stupňa bola realizovaná po stabilizácii deformácie. Technické obmedzenia umožnili realizáciu iba štyroch skúšok, z ktorých dve boli znehodnotené. Výsledky oedometrickej skúšky sú znázornené na obrázkoch 4.1 a 4.2. Test 3 znázornený červenou čiarou predstavuje neplatnú znehodnotenú skúšku, na vzorku pred skúškou prístroj vyvolal silu 25 kN.



Obr. 4.1 Oedometrická skúška napätie oproti deformácii

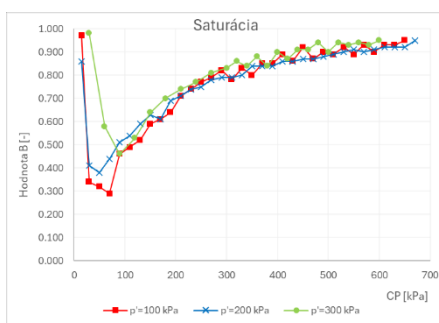


Obr. 4.2 Oedometrická skúška logaritmické napätie oproti číslu pórovitosti

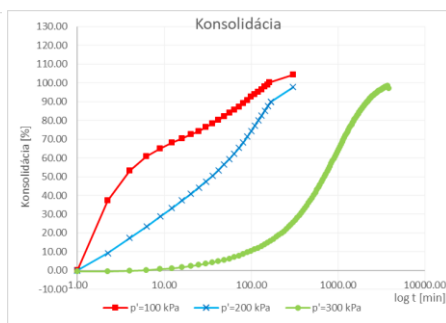
4.2 Triaxiálna skúška

Triaxiálne skúšky boli realizované na neporušenej ílovej vzorke priemeru $D = 38$ mm, výške $H = 76$ mm. Skúšky prebiehali pri rôznych úrovniach deviátorového napätia (100, 200 a 300 kPa) v štyroch fázach: preplachovanie, saturácia, konsolidácia a zaťažovanie (riadená deformácia).

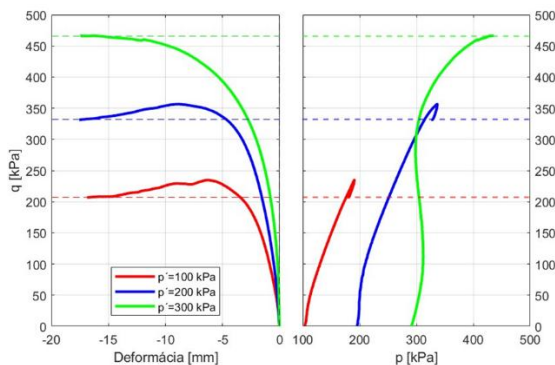
Saturácia na obrázku 4.3 bola dosiahnutá cyklickým zvyšovaním komorového a spätného tlaku až na požadovanú hodnotu $B \geq 0,95$ a $CP \geq 300$ kPa. Ďalšia fáza bola konsolidácia (obr. 4.4) po ktorej nasledovala riadená axiálna deformácia rýchlosťou 0,017 %/min do maximálnej deformácie 25 % výšky vzorky (obr. 4.5). Celá skúška (4 fázy) jednej vzorky pri jednom deviátorovom napätí trvala 10–14 dní.



Obr. 4.3 Fáza-Saturácia



Obr. 4.4 Fáza-Konsolidácia



Obr. 4.5 Fáza-Riadená deformácia

4.3 Súhrn stanovených parametrov

Na základe vykonaných laboratórnych skúšok boli identifikované kľúčové geomechanické parametre potrebné pre aplikáciu modifikovaného Cam-Clay

modelu. Skúšky boli zamerané na detailnú charakterizáciu napäťovo-deformačného správania zeminy pri jednoosom aj trojosom zaťažení.

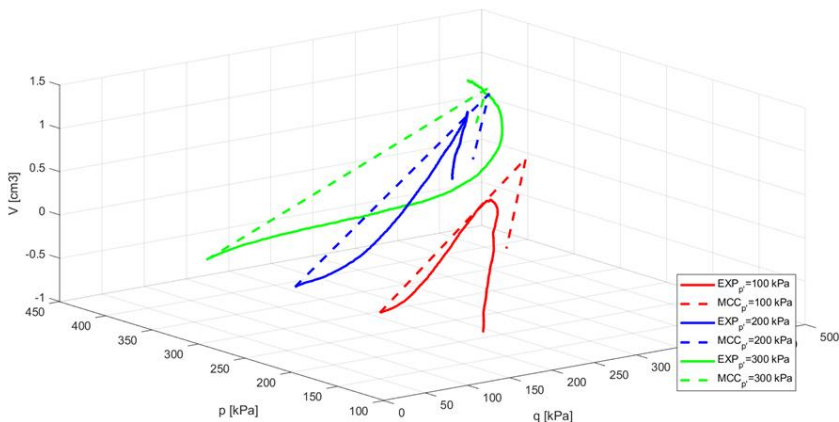
Tab. 4.1 Experimentálne stanovené parametre zeminy

Výsledné parametre zeminy						
ϕ [°]	c' [kPa]	M [-]	λ [-]	κ [-]	N [kPa]	P_c [kPa]
24,4	22,2	1,13	0,141	0,0325	1,408	495,39

Okrem vyššie uvedených parametrov v tabuľke 4.1 bolo potrebné určiť aj Poissonovo číslo (ν), ktoré je nevyhnutným vstupom pri definovaní elastickej časti Cam-Clay modelu. Tento parameter bol určený na základe smerných charakteristík uvedených v starej technickej norme ČSN 73 1001, pričom sa vychádzalo z typu zeminy F6, $\nu = 0,4$.

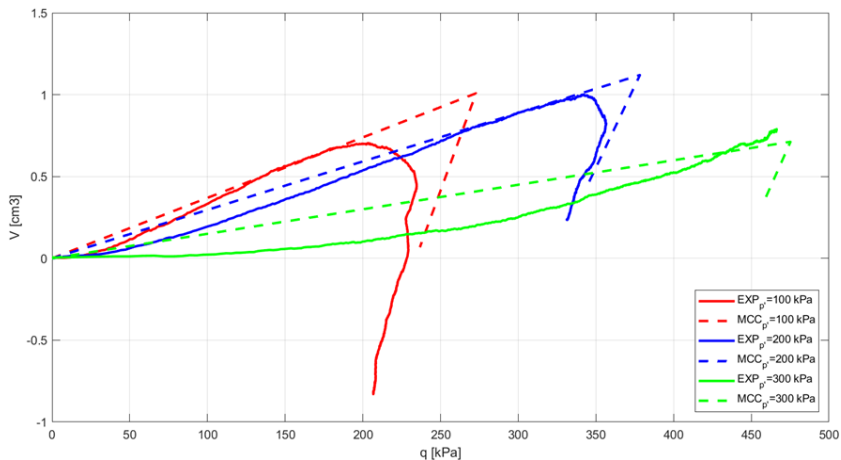
4.4 Porovnanie MCC s experimentálnymi dátami

V tejto podkapitole bolo realizované porovnanie predikcií modifikovaného Cam-Clay modelu triaxiálnej skúšky. Hodnotené boli napäťovo-deformačno-objemové charakteristiky a schopnosť modelu vystihnúť skutočné nelineárne správanie zeminy pri rôznych úrovniach zaťaženia. Obrázok 4.6 zobrazuje správanie v priestore V-q-p.



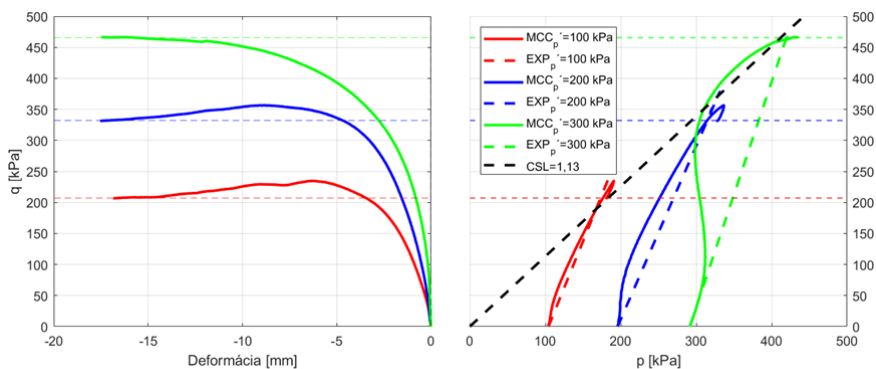
Obr. 4.6 Priestorové zobrazenie deformácie-napätia-objemu

Každý jeden obrázok 4.6 až 4.8 názorne dokazuje, že aj model ako MCC je stále vzdialený reálnemu správaniu zeminy. Avšak MCC model znázornený čiarkovanými čiarami vykazuje veľmi dobrú zhodu v predikcii smeru a veľkosti dráh napätí. Obrázok 4.7 zobrazuje deviátorové napätie na osi x a zmenu objemu vzorky na osi y.



Obr. 4.7 Porovnanie experimentálnych V-q s MCC

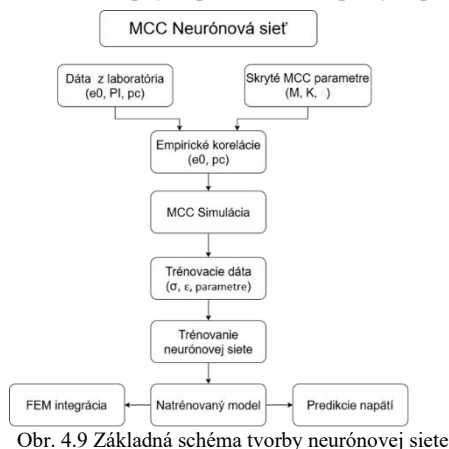
Obrázok 4.8 pozostáva z dvoch častí. Ľavá časť poukazuje na mierny pokles deviátorového napätia po dosiahnutí maxima a to pri skúškach $q = 100, 200$ kPa. Pravá strana stanovuje CSL s experimentálnymi a MCC dátami.



Obr. 4.8 Porovnanie experimentálnych q-def a q-p s MCC

4.5 Architektúra konštitučného modelu

Pre vytvorenie konštitučného modelu založeného na neurónových sieťach bola navrhnutá architektúra, ktorá sa učí priamo z dát bez potreby explicitných konštitučných vzťahov. Vzhľadom na to, že získavanie laboratórnych údajov v množstve potrebnom pre tréning neurónových sietí je v súčasnosti nereálne, boli tréningové dáta generované pomocou referenčnej implementácie modifikovaného Cam-Clay modelu. Tento prístup umožnil vytvoriť dostatočne rozsiahlu databázu napäťovo-deformačných stavov pokrývajúcu široké spektrum zaťažovacích podmienok. Celková architektúra systému je znázornená na obrázku 4.9, ktorý ilustruje tok dát od vstupných parametrov až po výstupnú maticu tuhosti.

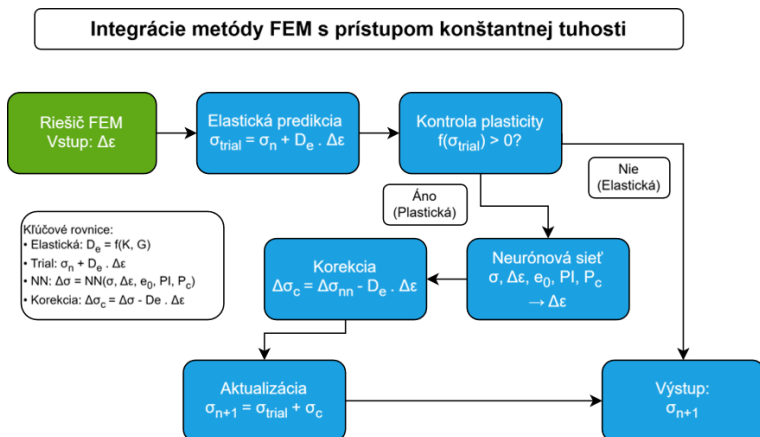


Obr. 4.9 Základná schéma tvorby neurónovej siete

Vstupná vrstva modelu obsahuje tri neuróny reprezentujúce základné parametre zeminy: číslo pórovitosti $e0$, index plasticity PI a prekonsolidačné napätie pc . Tieto parametre boli vybrané na základe ich dostupnosti z rutinných laboratórnych skúšok a ich významného vplyvu na mechanické správanie zeminy.

4.6 Integrácia do numerických metód

Praktická implementácia neurónového konštitučného modelu vyžaduje jeho bezproblémovú integráciu do existujúcich numerických rámcov, predovšetkým do metódy konečných prvkov. Táto integrácia predstavuje technické výzvy, keďže tradičné FEM implementácie sú navrhnuté pre analytické konštitučné modely s explicitnými matematickými vzťahmi. Navrhnutá integračná schéma, znázornená na obrázku 4.10, poskytuje riešenie zachovávajúce štandardné rozhrania FEM riešičov pri využití výhod neurónového prístupu. Základným princípom je nahradenie tradičného konštitučného modelu neurónovou sieťou, ktorá poskytuje tangenciálnu maticu tuhosti pre aktuálny stav napätia a deformácie.



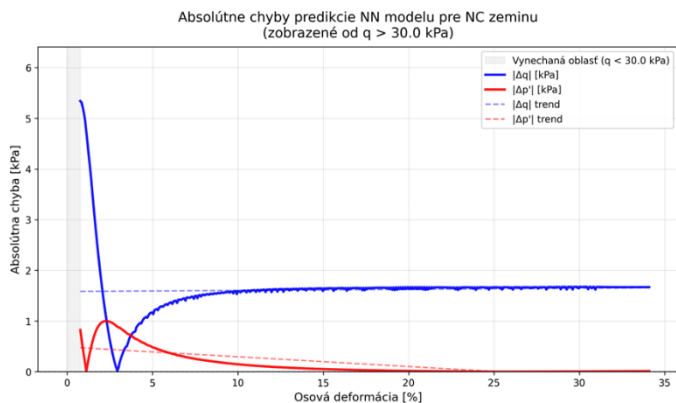
Obr. 4.10 Schéma integrácie neurónového modelu do FEM

4.7 Validácia na simulovaných triaxiálnych skúškach

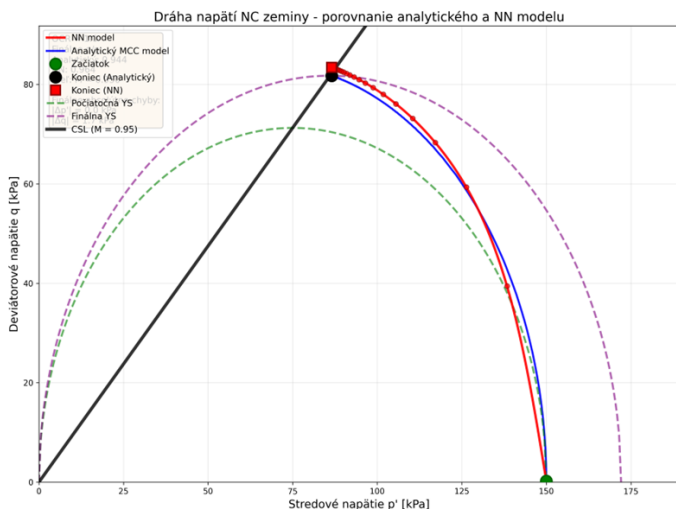
Pre overenie presnosti neurónového modelu na elementárnej úrovni boli vykonané simulácie neodvodnených triaxiálnych skúšok v jednom integračnom bode. Táto validácia predstavuje základný test schopnosti modelu reprodukovat' mechanické správanie pre dva fundamentálne odlišné stavy zeminy - normálne konsolidovanú (NC) a prekonsolidovanú (OC).

V prípade normálne konsolidovanej zeminy ($OCR = 1,0$) sa prejavuje charakteristický vzor absolútnych chýb, ktorý odhaľuje obmedzenia NN aproximácie. Počiatočná absolútna chyba deviátorového napätia dosahuje 5,34 kPa, čo je spôsobené numerickými problémami pri aproximácii gradientov v oblasti blízkej $q = 0$. Táto chyba postupne klesá na finálnu hodnotu 1,67 kPa. Absolútne chyby stredového napätia p' zostávajú výrazne nižšie s maximom 1,00 kPa a priemernou hodnotou 0,15 kPa (obrázok 4.11).

Dráha efektívnych napätí v $p'-q$ priestore (obrázok 4.12) ukazuje, že neurónová sieť (červená čiara) sleduje analytické riešenie MCC modelu (modrá čiara) s postupným odklonom. Analytický model dosahuje finálny pomer napätí $q/p = 0,944$ (99,4% z cieľového $M = 0,950$), zatiaľ čo NN model mierne prekračuje kritický stav s pomerom $q/p = 0,964$. Finálne absolútne chyby $|\Delta p'| = 0,0 \text{ kPa}$ a $|\Delta q| = 1,7 \text{ kPa}$ sú relatívne malé vzhľadom na dosiahnuté napätia ($p' = 86,6 \text{ kPa}$, $q = 81,7 \text{ kPa}$).

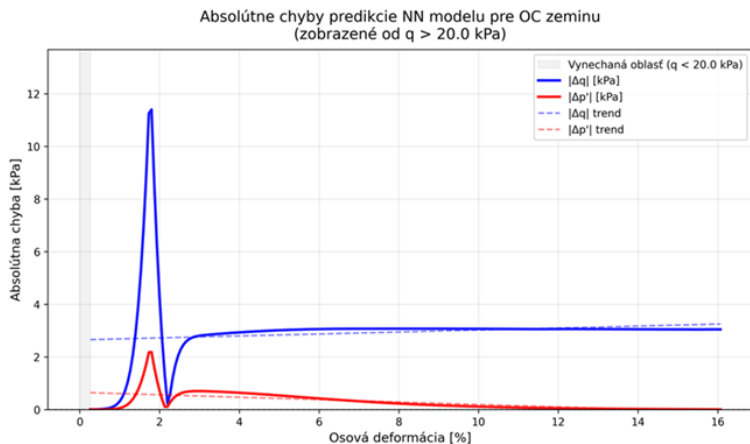


Obr. 4.11 Absolútne chyby predikcie NN modelu pre NC zemínu



Obr. 4.12 Dráha napätí NC zeminy - porovnanie analytického a NN modelu

V prípade prekonsolidovanej zeminy ($OCR = 4,0$) sa objavuje výrazná špička absolútnych chýb okolo bodu prechodu do plastického stavu pri 1,80 % osovej deformácie. Maximálna chyba q dosahuje 11,40 kPa práve v tejto oblasti, čo je priamym dôsledkom neschopnosti NN reprezentovať ostrý elasticko-plastický prechod. Po prekonaní tohto prechodu sa chyby stabilizujú a postupne rastú na finálnu hodnotu 3,05 kPa pre q . Absolútne chyby p' zostávajú nízke s maximom 2,19 kPa (obrázok 4.13).



Obr. 4.13 Absolútne chyby predikcie NN modelu pre OC zeminu

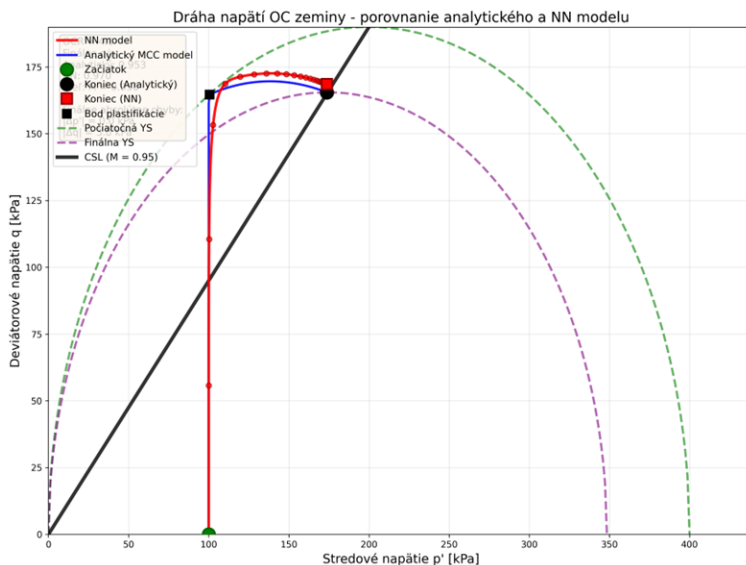
Obrázok 4.14 demonštruje, že napriek lokálnym odchýlkam NN model zachytáva celkovú trajektóriu napätí. Počiatočná elastická odozva je dobre aproximovaná, avšak v oblasti prechodu do plasticity (okolo $p' = 100$ kPa) NN model vyhladzuje ostrý zlom charakteristický pre analytické riešenie. Finálne absolútne chyby $|\Delta p'| = 0,0$ kPa a $|\Delta q| = 3,0$ kPa predstavujú menej ako 2 % z finálnych napätí ($p' = 173,7$ kPa, $q = 165,5$ kPa).

Výsledky validácie odhaľujú systematický charakter chýb vznikajúcich pri použití NN na aproximáciu konštitutívnych vzťahov. Hlavným zdrojom chýb je vyhladzovanie derivácií (85 %), ktoré spôsobuje kumulatívny drift pri integrácii. Tento efekt je jasne viditeľný v lineárnych trendoch absolútnych chýb.

Kľúčové zistenia:

- Počiatočné singularity: NN má problémy s aproximáciou v oblastiach s extrémne strmými gradientmi ($q \rightarrow 0$ pre NC) alebo diskontinuitami derivácií (yield point pre OC).
- Kumulatívny charakter: Absolútne chyby vykazujú jasný trend rastu s deformáciou, čo je typické pre integráciu vyhladzovaných derivácií.
- Akceptovateľná presnosť: Napriek systematickým odchýlkam zostávajú finálne absolútne chyby pod 3-5 kPa, čo je pre praktické aplikácie prijateľné.

Tieto výsledky potvrdzujú, že zatiaľ čo NN modely dokážu aproximovať globálne správanie s dostatočnou presnosťou, ich fundamentálne obmedzenie spočíva v neschopnosti presne reprezentovať ostré prechody a singularity charakteristické pre tradičné konštitutívne modely.



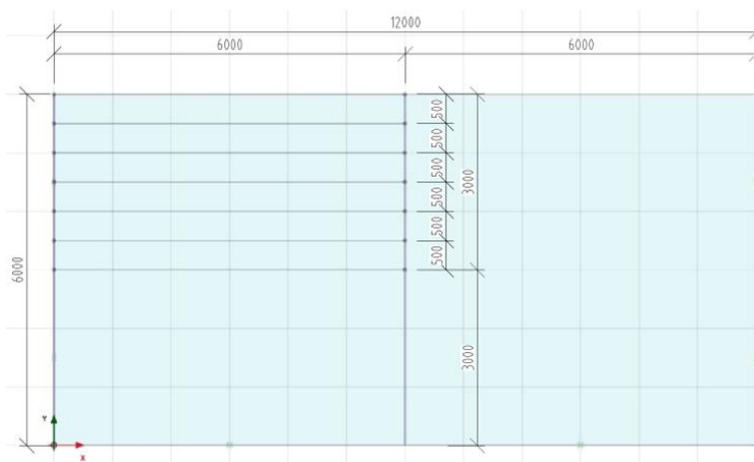
Obr. 4.14 Dráha napätí OC zeminy - porovnanie analytického a NN modelu

4.8 Limitácie a oblasti ďalšieho výskumu

Navrhnutý konštitučný model založený na neurónovej sieti predstavuje alternatívny prístup k popisu správania zeminového prostredia pod zaťažением. Cieľom je poskytnúť flexibilnejšiu a numericky efektívnu náhradu za klasické fyzikálne modely bez explicitného definovania konštitučných vzťahov. Pre posúdenie jeho praktickej použiteľnosti a presnosti bolo nevyhnutné vykonať systematické porovnanie jeho výstupov s dvoma tradične používanými konštitučnými modelmi, Mohr-Coulombovým modelom a Cam-Clay modelom.

Referenčný výpočtový príklad

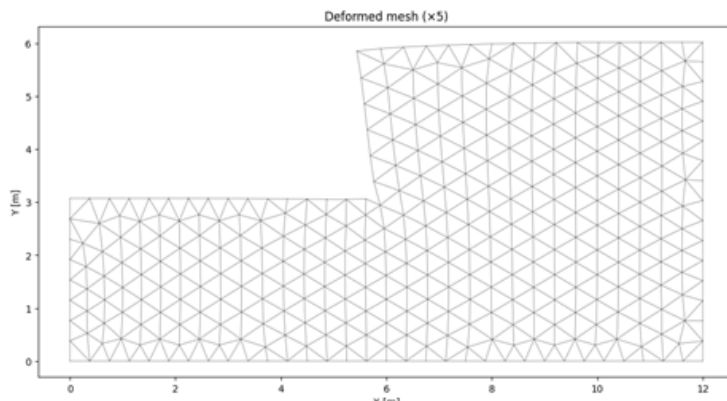
Za účelom porovnania správania rôznych konštitučných modelov pri numerickej simulácii geomechanickej úlohy bol vytvorený výpočtový model v softvéri Plaxis 2D, ktorý reprezentuje jednoduchý prípad postupného výkopu v homogénnom zeminovom prostredí. Táto úloha slúži ako referenčný príklad pre analýzu odozvy zeminy na zmenu napäťového stavu a jej následné pretvorenie, bez vplyvu dodatočného zaťaženia alebo podzemnej vody. Geometria je znázornená na obrázku 4.15.



Obr. 4.15 Geometria FEM modelu

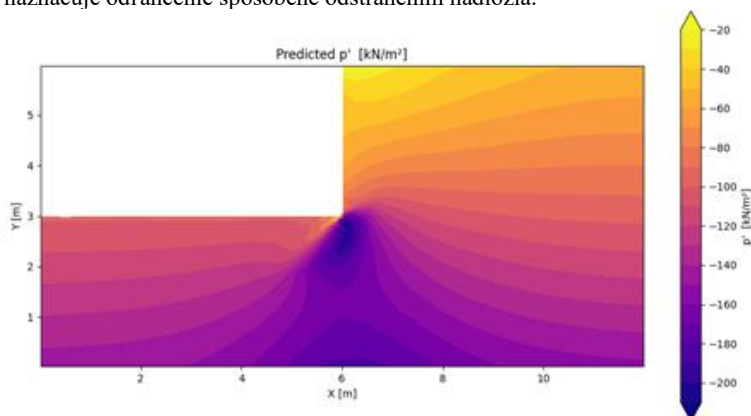
Pre overenie schopnosti neurónového modelu reprodukovat' správanie MCC modelu boli analyzované výsledky postupného výkopu v homogénnom prostredí. Simulácia poskytla detailný pohľad na distribúciu napätí a deformácií, ktoré sú kľúčové pre posúdenie praktickej použiteľnosti navrhnutého prístupu.

Obrázok 4.16 zobrazuje deformovanú sieť konečných prvkov po dokončení poslednej fázy výkopu (hĺbka 3,0 m) získanú použitím neurónového modelu. Pre lepšiu vizualizáciu je použitý faktor zväčšenia deformácií 5x. Tvar a rozsah deformácií korešponduje s deformáciami získanými modelom v programe Plaxis použitím MCC, čo potvrdzuje schopnosť neurónového modelu zachytiť kľúčové aspekty mechanického správania.



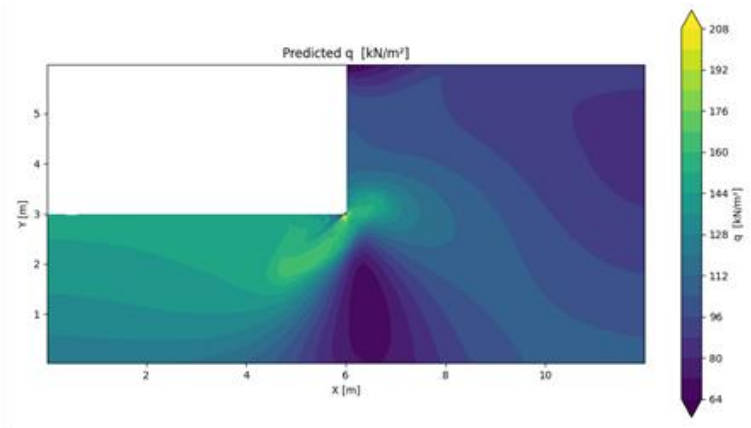
Obr. 4.16 Deformovaná sieť - neurónový model

Analýza napätového stavu poskytuje hlbší pohľad na mechanizmus redistribúcie zaťaženia v okolí výkopu. Obrázok 4.17 prezentuje rozloženie stredového efektívneho napätia p' v prípade neurónového modelu. Výrazný pokles stredového napätia v oblasti pod dnom výkopu dosahuje minimálne hodnoty okolo 20 kN/m^2 , čo naznačuje odľahčenie spôsobené odstránením nadložia.



Obr. 4.17 Rozloženie stredového napätia p' - neurónový model [kN/m^2]

Rozloženie deviátorového napätia q v rámci modelu (obrázok 4.18), ktoré predstavuje šmykové namáhanie zeminy, dosahuje maximálne hodnoty okolo 208 kN/m^2 . Tieto sa koncentrujú pozdĺž potenciálnych šmykových plôch vychádzajúcich z päty svahu. Neurónový model v porovnaní s konvenčným modelom v programe Plaxis správne predikuje postupné znižovanie deviátorového napätia smerom od výkopu.



Obr. 4.18 Rozloženie deviátorového napätia q - neurónový model [kN/m^2]

V tejto podkapitole je vykonané porovnanie výsledkov výpočtu maximálnych deformácií dosiahnutých pri simulácii postupného odkopu pre tri rozdielne konštitučné modely – Mohr-Coulombov model, modifikovaný Cam-Clay model (MCC) a model založený na neurónových sieťach. Výsledky sú získané z referenčného numerického výpočtu popísaného v predchádzajúcej časti a sú prezentované formou súhrnnej tabuľky 4.2. Cieľom je identifikovať rozdiely v predikovanom správaní zeminy, najmä z pohľadu maximálnych pretvorení, ktoré majú priamy vplyv na návrh geotechnických konštrukcií.

Tab. 4.2 Tabuľka porovnania modelov

Maximálne deformácie				
Model	Hĺbka odkopu [m]	u_x [mm]	u_y [mm]	$ u $ [mm]
MC	0.50	-2,09	6,01	6,01
MCC		-28,73	4,57	29,13
NN model		-28,31	4,50	28,67
MC	1.00	-4,24	10,82	10,85
MCC		-51,75	8,33	52,74
NN model		-50,92	8,20	51,88
MC	1.50	-6,27	14,47	14,6
MCC		-69,25	11,163	70,93
NN model		-68,14	10,98	69,77
MC	2.00	-8,17	16,98	17,34
MCC		-83,86	13,07	86,26
NN model		-82,51	12,86	84,87
MC	2.50	-11,31	18,51	19,11
MCC		-96,02	14,06	99,11
NN model		-94,46	13,83	97,52
MC	3.00	-14,58	18,99	19,9
MCC		-110,13	14,36	113,9
NN model		-108,33	14,13	112,04

4.9 Limitácie a oblasti ďalšieho výskumu

Objektívne zhodnotenie limitácií je nevyhnutné pre správnu aplikáciu neurónového modelu v praxi. Na základe vykonaných analýz boli identifikované nasledujúce obmedzenia:

Extrapolácia mimo trénovací rozsah

Najvýznamnejšou limitáciou je obmedzená schopnosť extrapolácie. Pri napätiach presahujúcich trénovací rozsah (20 - 200 kPa) je relatívna chyba nestabilná a dosahuje hodnoty nad 100 % a je závislá od procesu učenia. Táto limitácia priamo vyplýva z dátového charakteru modelu, ktorý aproximuje správanie len v rozsahu trénovacích údajov.

Neúspešná aplikácia transfer learningu

Pokus o využitie transfer learningu pre adaptáciu modelu na reálne experimentálne dáta sa ukázal ako nepreukazný. Tri vykonané triaxiálne skúšky poskytli celkovo

len približne 150 dátových bodov, ktoré boli efektívne "rozpustené" v 80 000 syntetických tréningových bodoch generovaných z MCC modelu. Tento pomer 1:500 bol nedostatočný na zmysluplnú adaptáciu modelu. Keďže neurónový model je čisto dátovo orientovaný a agnostický k akejkoľvek predpokladanej mechanickej teórii, vyžaduje rádovo tisíce experimentálnych meraní pre spoľahlivú kalibráciu.

Výpočtová náročnosť tréningovania

Proces učenia neurónovej siete predstavuje jednorazový, ale výpočtovo náročný krok. Tréningovanie modelu s architektúrou 64-128-128-64 neurónov na 80 000 vzorkách vyžadovalo približne 3 hodiny na štandardnom GPU. Pre každý nový typ zeminy alebo rozšírenie rozsahu napätí je potrebné kompletne pretrénovanie, čo v praxi znamená významné výpočtové náklady pri budovaní databázy modelov pre rôzne typy zemín.

Nedostatok experimentálnych dát

Hlavným a v súčasnosti ťažko riešiteľným problémom pre širšie nasadenie neurónových modelov v geotechnike je kritický nedostatok dát z laboratórnych skúšok a geotechnického monitoringu. Triaxiálne skúšky poskytujú teoreticky len 50 - 100 meracích bodov, pričom pre spoľahlivé natréningovanie neurónovej siete by bolo potrebných minimálne 10 000 experimentálnych bodov pokrývajúcich široké spektrum častí napäťových dráh.

Špecializácia na konkrétny typ zeminy

Model bol natréningovaný výlučne na syntetických dátach reprezentujúcich íl s nízkou plasticitou (F6). Jeho aplikácia na iné typy zemín bez kompletnej rekalibrácie nie je možná, čo limituje praktickú použiteľnosť v projektoch s heterogénnymi podmienkami.

Oblasti pre ďalší výskum

Na základe identifikovaných limitácií sa ako prioritné oblasti ďalšieho výskumu javia:

- Vývoj automatizovaných laboratórnych systémov schopných generovať tisíce meracích bodov z jednej vzorky.
- Možné vytvorenie centrálnej databázy na zhromažďovanie experimentálnych dát z viacerých laboratórií pre dosiahnutie kritického objemu.
- Kombinácia fyzikálnych princípov s dátovým učením pre zníženie požiadaviek na objem tréningových dát, avšak už zaťažený niektorou z konštitučných teórií.

Tieto oblasti predstavujú nevyhnutné predpoklady pre transformáciu demonštrovaného konceptu na prakticky použiteľný nástroj v geotechnickej praxi.

5 ZÁVERY

Predložená dizertačná práca skúmala možnosti aplikácie neurónových sietí na konštitučné modelovanie zemín. Hlavným cieľom bolo overiť, či dátovo riadené

prístupy môžu poskytnúť praktickú alternatívu k tradičným analytickým modelom pri zachovaní požadovanej presnosti a robustnosti.

Implementovaný neurónový model tréňovaný na syntetických dátach z modifikovaného Cam-Clay modelu dosiahol strednú kvadratickú chybu RMSE 0,062 na testovacej množine. Numerická implementácia vykazuje 98,2 % úspešnosť konvergencie pri štandardných úlohách. Vyvinutý implicitný integračný algoritmus umožňuje integráciu do existujúcich FEM programov. Pri referenčnej úlohe postupného výkopu neurónový model predikoval premiestnenia s relatívnou chybou 2,8 %.

Splnenie cieľov práce

Prvá téza o overení využitia neurónových sietí ako efektívneho nástroja bola splnená - model úspešne aproximuje nelineárne správanie zemín s priemernou relatívnou chybou 6,8 % v prípade napätí. Druhá téza požadujúca návrh modelu s praktickými výhodami bola potvrdená redukciou počtu vstupných parametrov a zjednodušením kalibrácie. Tretia téza o demonštrácii výhod v numerickej analýze bola overená na konkrétnej geotechnickej úlohe.

Identifikované limitácie

Hlavným obmedzením je neschopnosť extrapolácie mimo trénovací rozsah napätí (20 – 200 kPa), kde relatívna chyba presahuje 100 %. Transfer learning nebol úspešný kvôli nedostatku experimentálnych dát - tri triaxiálne skúšky poskytli len 150 bodov oproti 80 000 syntetickým. Model je špecializovaný výlučne pre zeminu typu F6.

Vedecký a praktický prínos

Práca vytvorila metodický rámec zahŕňajúci systematické generovanie trénovacích dát, postupy normalizácie zachovávajúce fyzikálnu konzistentnosť, návrh architektúry siete a algoritmy pre implicitnú integráciu v prostredí MKP. Pre prax prináša možnosť zníženia nákladov na geotechnický prieskum pri zachovaní kvality predikcie správania zemín.

Výsledky potvrdzujú, že neurónové siete môžu v špecifických aplikáciách poskytnúť alternatívu ku konštitučnému modelovaniu zemín. Navrhnutý prístup je použiteľný v projektoch s dostupnou databázou relevantných dát alebo možnosťou generovania syntetických dát z overených modelov. Vytvorený metodický rámec predstavuje základ pre ďalší výskum v tejto oblasti.

6 SUMMARY

The presented dissertation thesis investigated the possibilities of applying neural networks to the constitutive modelling of soils. The primary objective was to determine whether data-driven approaches can offer a practical alternative to traditional analytical models while maintaining the necessary accuracy and robustness.

The implemented neural model trained on synthetic data from the modified Cam-Clay model achieved a root mean square error (RMSE) of 0.062 on the test set. The numerical implementation shows a 98.2 % convergence success rate for standard problems. The developed implicit integration algorithm enables integration into existing FEM programs. For the reference staged excavation problem, the neural model predicted displacements with a relative error of 2.8 %.

Fulfillment of thesis objectives

The first thesis on verifying the use of neural networks as an effective tool was successfully fulfilled - the model accurately approximates the nonlinear behaviour of soils with an average relative error of 6.8% for stresses. The second thesis, which required the design of a model with practical advantages, was confirmed by the reduction in the number of input parameters and simplified calibration. The third thesis, which demonstrated advantages in numerical analysis, was verified using a specific geotechnical problem.

Identified limitations

The main limitation is the inability to extrapolate beyond the training stress range (20 – 200 kPa), where the relative error exceeds 100%. Transfer learning was unsuccessful due to insufficient experimental data - three triaxial tests provided only 150 points compared to 80,000 synthetic ones. The model is specialized exclusively for soil type F6.

Scientific and practical contribution

The work developed a methodological framework that included the systematic generation of training data, normalization procedures that preserve physical consistency, network architecture design, and algorithms for implicit integration within the FEM environment. For practice, it offers the possibility of reducing costs for geotechnical investigations while maintaining the quality of soil behaviour prediction.

The results confirm that neural networks can serve as an alternative to constitutive soil modelling in specific applications. The proposed approach is applicable in projects with available databases of relevant data or the possibility of generating synthetic data from validated models. The created methodological framework represents a foundation for further research in this field.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- [1] Eleni Smyrniou, “Soil Constitutive Modelling Using Neural Networks ”, Master of Science Thesis, Delft University of Technology, Delft, 2018.
- [2] A. A. Javadi, T. P. Tan, a M. Zhang, “Neural network for constitutive modelling in finite element analysis”, Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, s. 523–529, 2003.
- [3] J. Dornheim, L. Morand, H. J. Nallani, a D. Helm, “Neural Networks for Constitutive Modeling: From Universal Function Approximators to

- Advanced Models and the Integration of Physics”, Archives of Computational Methods in Engineering, roč. 31, č. 2, s. 1097–1127, mar. 2024, doi: 10.1007/s11831-023-10009-y.
- [4] Copeland B.J., “Alan Turing and the Beginning of AI”, History of Artificial Intelligence, 2025.
- [5] P. Kim, MATLAB Deep Learning. Berkeley, CA: Apress, 2017. doi: 10.1007/978-1-4842-2845-6.
- [6] S. N. Sivanandam, S. Sumathi, a S. N. Deepa, Introduction to Neural Networks Using MATLAB 6.0. Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2006.
- [7] Mark Hudson Beale, Martin T. Hagan, a Howard B. Demuth, Deep Learning Toolbox™ Getting Started Guide. 2022.
- [8] EliteDataScience, “Overfitting in Machine Learning: What It Is and How to Prevent It”, EliteDataScience. Cit: 03. jún 2025. [Online]. Available at: <https://elitedatascience.com/overfitting-in-machine-learning>
- [9] Jonathan Chemama, “How to Solve Underfitting and Overfitting Data Models”, AllCloud, 2020. Cit: 03. jún 2025. [Online]. Available at: <https://allcloud.io/blog/how-to-solve-underfitting-and-overfitting-data-models/>
- [10] Pragati Baheti, “Train Test Validation Split: How To & Best Practices [2024]”, V7 Labs, 2021. Cit: 03. jún 2025. [Online]. Available at: <https://www.v7labs.com/blog/train-validation-test-set>
- [11] “What is unsupervised learning?”, IBM. Cit: 03. jún 2025. [Online]. Available at: <https://www.ibm.com/topics/unsupervised-learning>
- [12] “Reinforcement Learning”, GeeksforGeeks. Cit: 03. jún 2025. [Online]. Available at: <https://www.geeksforgeeks.org/what-is-reinforcement-learning/>
- [13] Kiprono Elijah Koech, “The Basics of Neural Networks (Neural Network Series) – Part 1”, Towards Data Science, 2022. Cit: 03. jún 2025. [Online]. Available at: <https://towardsdatascience.com/the-basics-of-neural-networks-neural-network-series-part-1-4419e343b2b>
- [14] “Neuron slk.svg”, 2007. Cit: 03. jún 2025. [Online]. Available at: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2500893>
- [15] R. Y. Choi, A. S. Coyner, J. Kalpathy-Cramer, M. F. Chiang, a J. P. Campbell, “Introduction to Machine Learning, Neural Networks, and Deep Learning.”, Transl Vis Sci Technol, roč. 9, č. 2, s. 14, feb. 2020, doi: 10.1167/tvst.9.2.14.
- [16] Ivo Herle, Základy matematického modelování v geomechanice. Praha: Karolinum, Univerzita Karlova v Praze, 2003.
- [17] Ronaldo I. Borja, “Advanced Geomechanics”, Stanford, 1999.
- [18] René de Borst, “Computational Methods in Non-linear Solid Mechanics”, Delft, 1994.
- [19] Leigh Donald Charles, Nonlinear continuum mechanics; an introduction to the continuum physics and mathematical theory of the nonlinear mechanical behavior of materials. New Jersey: New York, McGraw-Hill, 1969.

- [20] Anthony John Roberts, *A One-Dimensional Introduction to Continuum Mechanics*. Singapore, 1994.
- [21] D. C. Drucker, R. E. Gibson, a D. J. Henkel, “Soil Mechanics and Work-Hardening Theories of Plasticity”, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, roč. 122, č. 1, s. 338–346, jan. 1957, doi: 10.1061/TACEAT.0007430.
- [22] J. M. Duncan a C.-Y. Chang, “Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils”, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, roč. 96, č. 5, s. 1629–1653, sep. 1970, doi: 10.1061/JSFEAQ.0001458.
- [23] B. O. Hardin a V. P. Drnevich, “Shear Modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves”, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, roč. 98, č. 7, s. 667–692, júl. 1972, doi: 10.1061/JSFEAQ.0001760.
- [24] E. Hoek a E. T. Brown, “Empirical Strength Criterion for Rock Masses”, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, roč. 106, č. 9, s. 1013–1035, sep. 1980, doi: 10.1061/AJGEB6.0001029.
- [25] D. M. Wood, *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics*. Cambridge University Press, 1991. doi: 10.1017/CBO9781139878272.
- [26] P. V. Lade a J. M. Duncan, “Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil”, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, roč. 99, č. 10, s. 793–812, okt. 1973, doi: 10.1061/JSFEAQ.0001934.
- [27] Donges Niklas, “What Is Transfer Learning?”, *Built In*, 2024. Cit. 03. jún 2025. [Online]. Available at: <https://builtin.com/data-science/transfer-learning>
- [28] Yaniv Taigman, Adam Polyak, a Lior Wolf, “Unsupervised Cross-Domain Image Generation”, Tel Aviv, Izrael, 2016.
- [29] S. Ruder, M. E. Peters, S. Swayamdipta, a T. Wolf, “Transfer Learning in Natural Language Processing”, v *Proceedings of the 2019 Conference of the North*, Stroudsburg, PA, USA: Association for Computational Linguistics, 2019, s. 15–18. doi: 10.18653/v1/N19-5004.
- [30] Sureka Thiruchittampalam, Kuruparan Shanmugalingam, Bikram P. Banarjee, Nancy F. Glenn, a Simit Raval, “A Comparative Study with Traditional and Transfer Learning-Enhanced Machine Learning Algorithms for Geotechnical Characterisation of Coal Spoil”, *School of Minerals and Energy Resources Engineering*, University of New South Wales; *Department of Earth Resources Engineering*, University of Moratuwa, 2024.
- [31] K. Gopalakrishnan, S. K. Khaitan, A. Choudhary, a A. Agrawal, “Deep Convolutional Neural Networks with transfer learning for computer vision-based data-driven pavement distress detection”, *Constr Build Mater*, roč. 157, s. 322–330, dec. 2017, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2017.09.110.
- [32] V. Kůrková, Y. Manolopoulos, B. Hammer, L. Iliadis, a I. Maglogiannis, Ed., *Artificial Neural Networks and Machine Learning – ICANN 2018*, roč. 11141. Cham: Springer International Publishing, 2018. doi: 10.1007/978-3-030-01424-7.

- [33] M. Iman, H. R. Arabnia, a K. Rasheed, “A Review of Deep Transfer Learning and Recent Advancements”, *Technologies (Basel)*, roč. 11, č. 2, s. 40, mar. 2023, doi: 10.3390/technologies11020040.
- [34] J. Lu, V. Behbood, P. Hao, H. Zuo, S. Xue, a G. Zhang, “Transfer learning using computational intelligence: A survey”, *Knowl Based Syst*, roč. 80, s. 14–23, máj. 2015, doi: 10.1016/j.knosys.2015.01.010.
- [35] James Bergstra a Yoshua Bengio, “Random Search for Hyper-Parameter Optimization”, *Journal of Machine Learning Research*, s. 281–305, 2012.
- [36] E. Brochu, V. M. Cora, a N. de Freitas, “A Tutorial on Bayesian Optimization of Expensive Cost Functions, with Application to Active User Modeling and Hierarchical Reinforcement Learning”, dec. 2010.
- [37] Jia Wu, Xiu-Yun Chen, Hao Zhang, Li-Dong Xiong, Hang Lei, a Si-Hao Deng, “Hyperparameter Optimization for Machine Learning Models Based on Bayesian Optimization”, *Journal of Electronic Science and Technology*, s. 26–40, 2019.
- [38] James Bergstra, Rémi Bardenet, Yoshua Bengio, a Balázs Kégl, “Algorithms for Hyper-Parameter Optimization”, *Advances in Neural Information Processing Systems 24 (NeurIPS 2011)*, 2011.
- [39] Carl Edward Rasmussen a Christopher K. I. Williams, *Gaussian Processes for Machine Learning*. The MIT Press, 2006.
- [40] A. H. Victoria a G. Maragatham, “Automatic tuning of hyperparameters using Bayesian optimization”, *Evolving Systems*, roč. 12, č. 1, s. 217–223, mar. 2021, doi: 10.1007/s12530-020-09345-2.
- [41] J. Wang, “An Intuitive Tutorial to Gaussian Process Regression”, *Comput Sci Eng*, roč. 25, č. 4, s. 4–11, júl. 2023, doi: 10.1109/MCSE.2023.3342149.
- [42] J. A. Lin, J. Antorán, S. Padhy, D. Janz, J. M. Hernández-Lobato, a A. Terenin, “Sampling from Gaussian Process Posteriors using Stochastic Gradient Descent”, jún. 2023.
- [43] J. Chen, F. Luo, G. Li, a Z. Wang, “Batch Bayesian optimization with adaptive batch acquisition functions via multi-objective optimization”, *Swarm Evol Comput*, roč. 79, s. 101293, jún. 2023, doi: 10.1016/j.swevo.2023.101293.
- [44] R. Astudillo, Z. J. Lin, E. Bakshy, a P. I. Frazier, “A Decision-Theoretic Acquisition Function for Preferential Bayesian Optimization”, mar. 2023.
- [45] Roman Garnett, *Bayesian Optimization*. Cambridge University Press, 2023.
- [46] X. Wang, Y. Jin, S. Schmitt, a M. Olhofer, “Recent Advances in Bayesian Optimization”, *ACM Comput Surv*, roč. 55, č. 13s, s. 1–36, dec. 2023, doi: 10.1145/3582078.
- [47] J. A. Paulson a C. Tsay, “Bayesian optimization as a flexible and efficient design framework for sustainable process systems”, *Curr Opin Green Sustain Chem*, roč. 51, feb. 2025, doi: 10.1016/j.cogsc.2024.100983.
- [48] M. Raissi, P. Perdikaris, a G. E. Karniadakis, “Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse

- problems involving nonlinear partial differential equations”, *J Comput Phys*, roč. 378, s. 686–707, feb. 2019, doi: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
- [49] H. Owhadi, “Bayesian Numerical Homogenization”, *Multiscale Modeling & Simulation*, roč. 13, č. 3, s. 812–828, jan. 2015, doi: 10.1137/140974596.
- [50] Maziar Raissi, Paris Perdikaris, a George Em. Karniadakis, “Inferring solutions of differential equations using noisy multi-fidelity data”, *J Comput Phys*, s. 736–746, 2017.
- [51] M. Raissi, P. Perdikaris, a G. E. Karniadakis, “Machine learning of linear differential equations using Gaussian processes”, *J Comput Phys*, roč. 348, s. 683–693, nov. 2017, doi: 10.1016/j.jcp.2017.07.050.
- [52] M. W. M. G. Dissanayake a N. Phan-Thien, “Neural-network-based approximations for solving partial differential equations”, *Commun Numer Methods Eng*, roč. 10, č. 3, s. 195–201, mar. 1994, doi: 10.1002/cnm.1640100303.
- [53] A. G. Özbay, A. Hamzehloo, S. Laizet, P. Tzirakis, G. Rizos, a B. Schuller, “Poisson CNN: Convolutional neural networks for the solution of the Poisson equation on a Cartesian mesh”, *Data-Centric Engineering*, roč. 2, s. e6, jún. 2021, doi: 10.1017/dce.2021.7.
- [54] I. E. Lagaris, A. Likas, a D. I. Fotiadis, “Artificial neural networks for solving ordinary and partial differential equations”, *IEEE Trans Neural Netw*, roč. 9, č. 5, s. 987–1000, 1998, doi: 10.1109/72.712178.
- [55] S. Mallat, “Understanding deep convolutional networks”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, roč. 374, č. 2065, s. 20150203, apr. 2016, doi: 10.1098/rsta.2015.0203.
- [56] Z. Meng, Q. Qian, M. Xu, B. Yu, A. R. Yıldız, a S. Mirjalili, “PINN-FORM: A new physics-informed neural network for reliability analysis with partial differential equation”, *Comput Methods Appl Mech Eng*, roč. 414, s. 116172, sep. 2023, doi: 10.1016/j.cma.2023.116172.
- [57] J. Donnelly, A. Daneshkhah, a S. Abolfathi, “Physics-informed neural networks as surrogate models of hydrodynamic simulators”, *Science of The Total Environment*, roč. 912, s. 168814, feb. 2024, doi: 10.1016/j.scitotenv.2023.168814.
- [58] P. Sharma, L. Evans, M. Tindall, a P. Nithiarasu, “Stiff-PDEs and Physics-Informed Neural Networks”, *Archives of Computational Methods in Engineering*, s. 2929–2958, feb. 2023, doi: 10.1007/s11831-023-09890-4.
- [59] Raissi Maziar, Perdikaris Paris, a Karniadakis George Em., “Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations”, *J Comput Phys*, roč. 378, s. 686–707, feb. 2019, doi: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
- [60] A. Hussain, A. H. Sakhaei, a M. Shafiee, “Machine learning-based constitutive modelling for material non-linearity: A review”, *Mechanics of*

- Advanced Materials and Structures, s. 1–19, dec. 2024, doi: 10.1080/15376494.2024.2439557.
- [61] M. D. Liu a J. P. Carter, “A structured Cam Clay model”, Canadian Geotechnical Journal, roč. 39, č. 6, s. 1313–1332, dec. 2002, doi: 10.1139/t02-069.
- [62] R. I. Borja a S. R. Lee, “Cam-Clay plasticity, Part 1: Implicit integration of elasto-plastic constitutive relations”, Comput Methods Appl Mech Eng, roč. 78, č. 1, s. 49–72, jan. 1990, doi: 10.1016/0045-7825(90)90152-C.
- [63] W. Baille, S. Tripathy, a T. Schanz, “Swelling pressures and one-dimensional compressibility behaviour of bentonite at large pressures”, Appl Clay Sci, roč. 48, č. 3, s. 324–333, apr. 2010, doi: 10.1016/j.clay.2010.01.002.
- [64] M. S. Dias Junior a F. J. Pierce, “A simple procedure for estimating preconsolidation pressure from soil compression curves”, Soil Technology, roč. 8, č. 2, s. 139–151, nov. 1995, doi: 10.1016/0933-3630(95)00015-8.
- [65] “PLAXIS. Material Models Manual. Version 2023”, 2023.

PUBLIKOVANÉ ČLÁNKY

1. Článok

J. MUŽÍK and F. CIGÁŇ, “STOKES EQUATION SOLUTION USING THE LOCALIZED METHOD OF FUNDAMENTAL SOLUTIONS WITH A GLOBAL BASIS,” Dec. 2023, pp. 147–154. doi: 10.2495/BE460121.

2. Článok

F. Cigáň, “Use of Neural Networks Within Constitution Models of Soils,” in Juniorstav 2024: Proceedings 26th International Scientific Conference Of Civil Engineering, Brno: Brno University of Technology, Faculty of Civil Engineering, 2024, pp. 1–13. doi: 10.13164/juniorstav.2024.24094.

3. Článok

F. CIGÁŇ and J. MUŽÍK, “LOCAL MOVING LEAST SQUARES METHOD FOR GRANULAR DEBRIS FLOW,” Nov. 2024, pp. 65–76. doi: 10.2495/BE470061.

4. Článok

R. Bulko, J. Mužík, and F. Cigáň, “Slope Stability Using Self-Drilling Anchor Rods,” Civil and Environmental Engineering, vol. 20, no. 2, pp. 1267–1275, Dec. 2024, doi: 10.2478/cee-2024-0092.

5. Článok

T. Panigati, A. Abbozzo, M. A. Pace, E. Temur, F. Cigan, and R. Kromanis, “Dynamic Identification of Bridges Using Multiple Synchronized Cameras and Computer Vision,” Infrastructures (Basel), vol. 10, no. 2, p. 37, Feb. 2025, doi: 10.3390/infrastructures10020037.

V TLAČI

6. Článok

F. Cigáň, M. Buková, T. Bukový. “Physics-Informed Neural Network for 2D Steady Seepage” *TRANSCOM 2025: 16th International Scientific Conference on Sustainable, Modern and Safe Transport*, 2025.