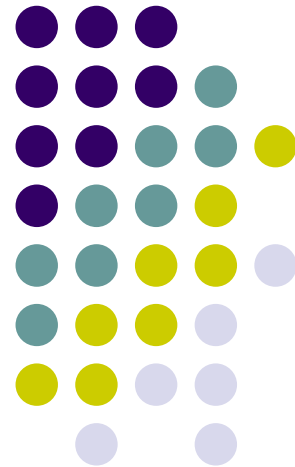
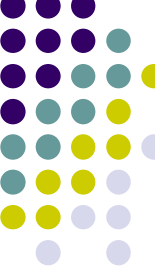


Hydromechanika a hydrológia

4. prednáška





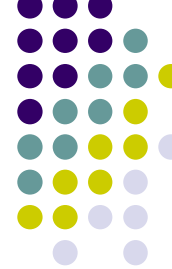
Straty energie

- Dva základné typy strát energie
 - **Straty trením** – vyvolané trením kvapaliny o steny potrubia a vrstiev o seba,
 - **Miestne straty** – vyvolané vírením kvapaliny v miestach zmeny smeru prúdenia a prípadných prekážok v toku.

Predpokladáme, že všetky straty sú funkciami rýchlostnej výšky

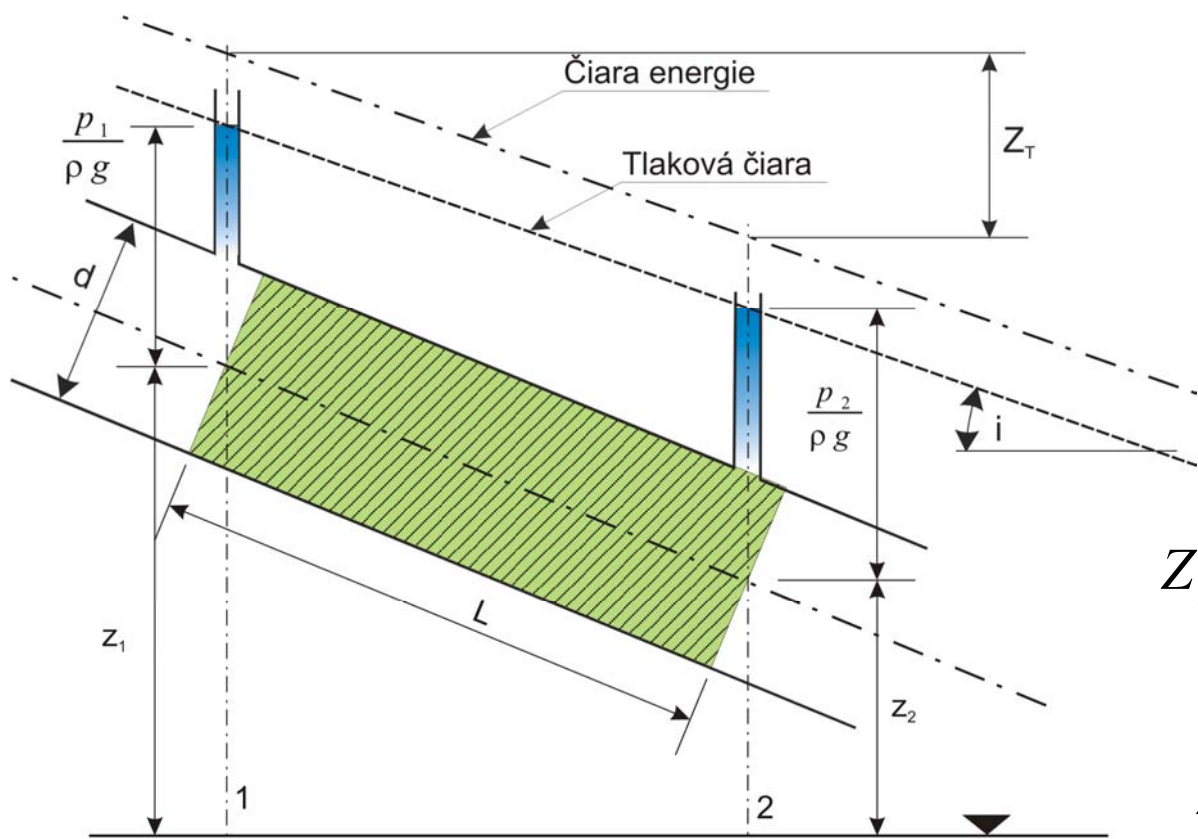
$$Z = f\left(\frac{v^2}{2g}\right)$$

Straty trením v potrubí



- Rovnomerné prúdenie

$$v = C\sqrt{Ri} \Rightarrow i = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{4v^2}{C^2 d}$$

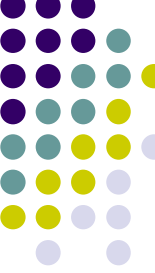


$$Z_T = L \cdot i$$

$$Z_T = \frac{4L}{C^2 d} v^2$$

$$Z_T = \frac{4L}{C^2 d} v^2 = \frac{4L}{C^2 d} \frac{2g}{2g} v^2$$

$$Z_T = \frac{8g}{C^2} \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$



Straty trením v potrubí

- Darcy-Weissbachova rovnica

$$h_L = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

λ – súčiniteľ straty trením

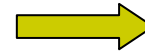
$$\lambda = \frac{8g}{C^2}$$

Vzorec pre λ je platný pre plne vyvinuté turbulentné prúdenie

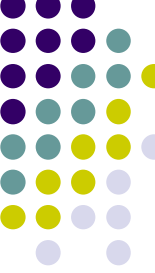
Laminárne prúdenie

$$Z_T = Li \quad v = \frac{\rho g i}{32\mu} d^2 \Rightarrow i = \frac{32\mu}{\rho g d^2} v = \frac{32\nu v}{gd^2}$$

$$Z_T = \frac{32\nu L}{gd^2} v = \frac{32\nu}{gd} \frac{L}{d} \frac{2v}{2v} v = \frac{64\nu}{vd} \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$



$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$



Straty trením v potrubí

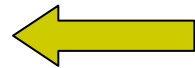
- Colebrook- Whitova rovnica

Pre prechodné prúdenie je výpočet λ komplikovanejší, lebo závisí od Re aj od drsnosti potrubia

Relatívna drsnosť stien potrubia $r = \frac{\Delta}{d}$

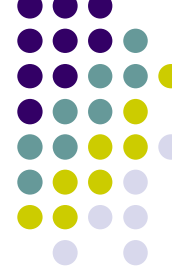
Zóna prechodného prúdenia je vymedzená ako $\frac{40}{r} < Re < \frac{500}{r}$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{r}{3,71} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right)$$



Colebrook-Whitova rovnica

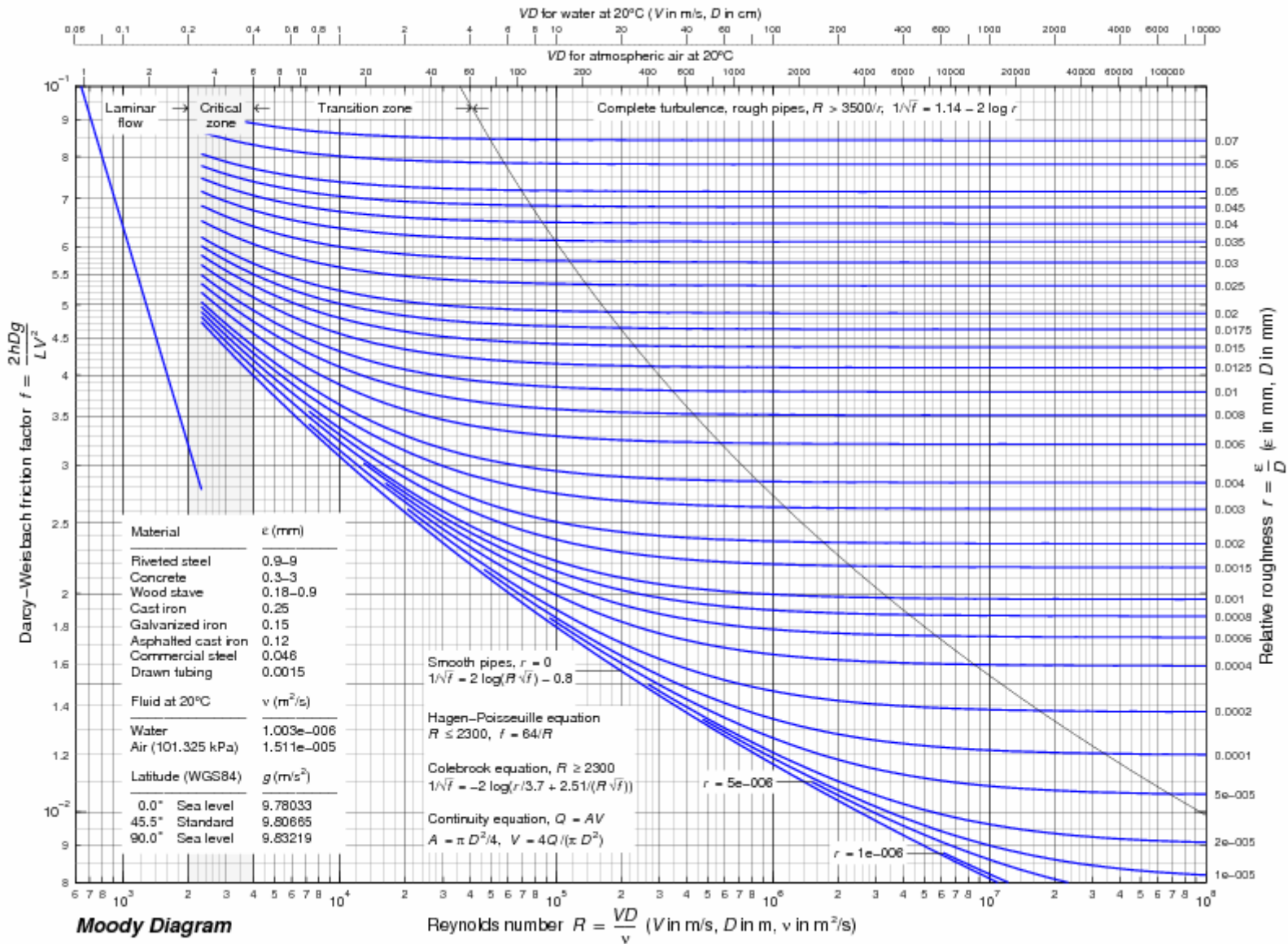
Straty trením v potrubí



- Hodnoty drsnosti stien

Typ materiálu	Δ [mm]
Nitovaná oceľ	0,9 - 9,0
Betón	0,3 - 3,0
Drevo	0,18 - 0,9
Liatina	0,26
Pozinkovaná oceľ	0,15
Sklo	0,0

Moodyho diagram

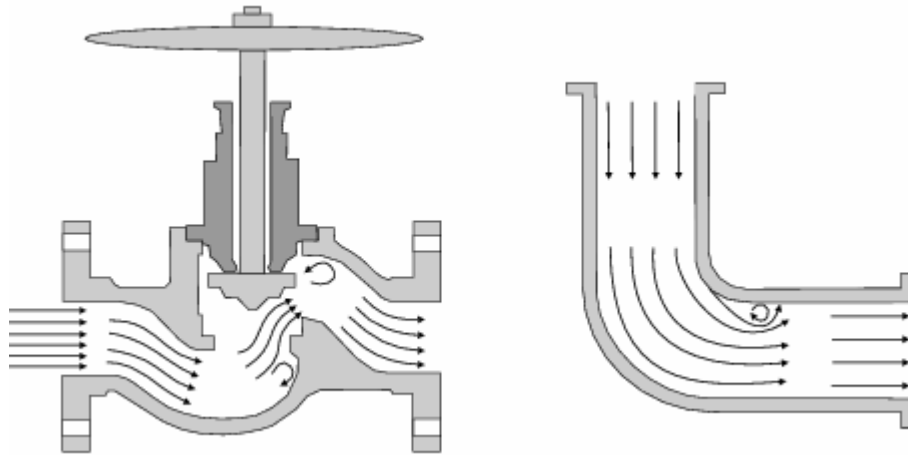


Moody Diagram

Miestne straty

- Sú to straty pri zmene profilu, smeru, vo ventiloch a pod.

Tieto straty vznikajú vírením kvapaliny v určitých miestach v potrubí

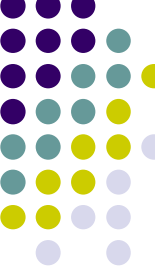


$$h_M = \xi \frac{v^2}{2g}$$

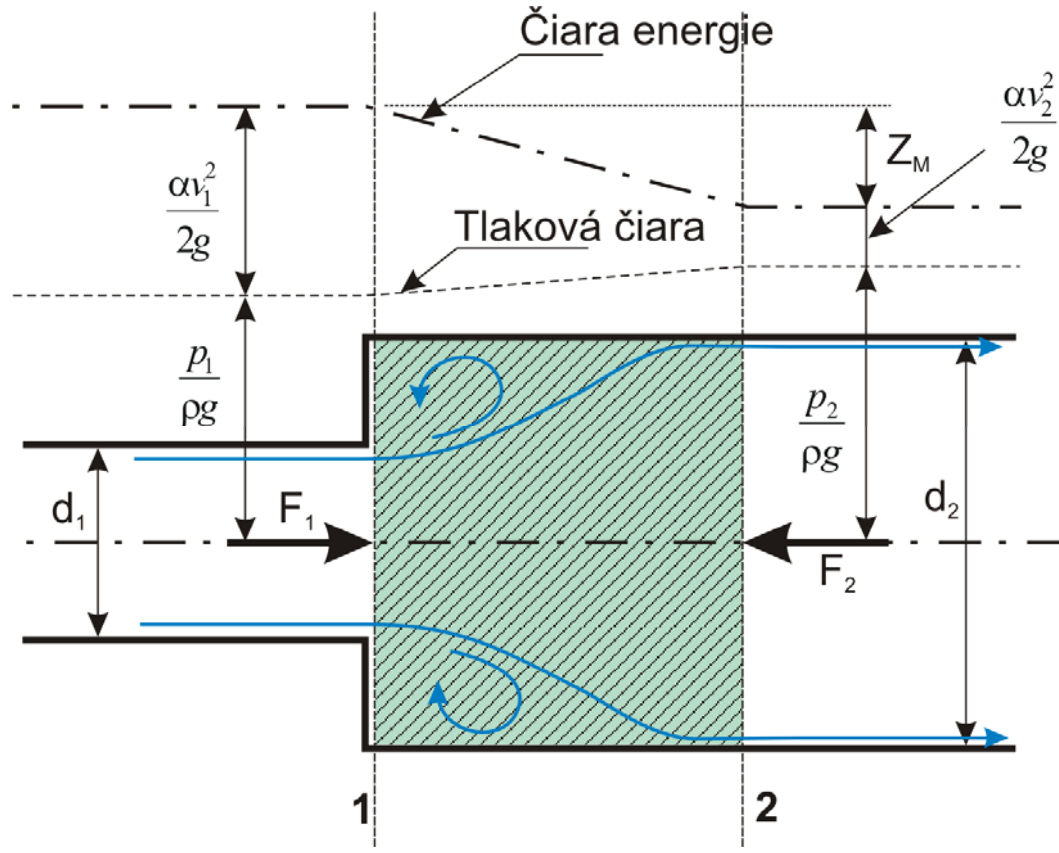
ξ – koeficient miestnej straty

Miestne straty

- Náhle rozšírenie potrubia



$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + Z_M \Rightarrow Z_M = \frac{\alpha}{2g} (v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{\rho g} (p_1 - p_2)$$



Miestne straty

- Náhle rozšírenie potrubia

Sily, pôsobiace na kvapalinu medzi profilmi 1 a 2

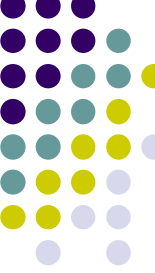
$$\sum F = F_1 - F_2 = p_1 A_2 - p_2 A_2 = A_2 (p_1 - p_2)$$

Zo zákona o zachovaní momentov plynie:

$$\sum F = \rho Q (v_2 - v_1)$$

Po dosadení

$$\sum F = \rho Q (v_2 - v_1) = A_2 (p_1 - p_2)$$



Miestne straty

- Náhle rozšírenie potrubia

$$Z_M = \frac{\alpha}{2g} (v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{\rho g} (p_1 - p_2)$$

Dosadíme: $p_1 - p_2 = \frac{\rho Q}{S_2} (v_2 - v_1) = \rho v_2 (v_2 - v_1)$

Predpokladáme, že $\alpha \approx 1$ a dostaneme:

$$h_M = \frac{1}{2g} (v_1^2 - v_2^2) + \frac{v_2}{g} (v_2 - v_1) = \frac{v_1^2 - v_2^2 + 2v_2^2 - 2v_1v_2}{2g} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

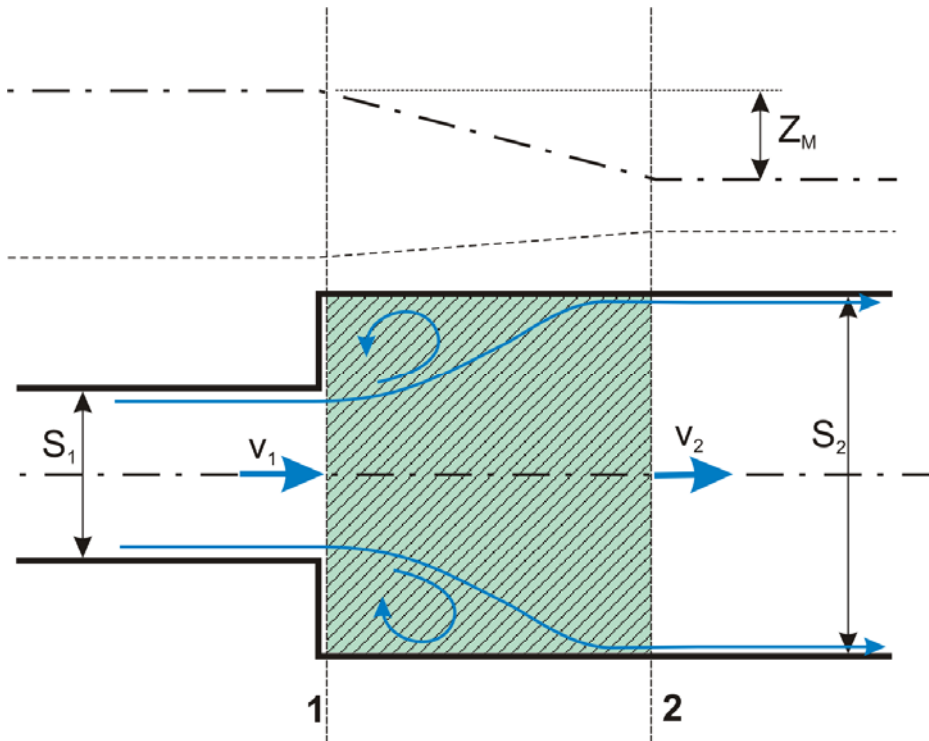
Bordov vzorec

$$h_M = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$



Miestne straty

- Náhle rozšírenie potrubia



$$Z_M = \xi_1 \frac{v_1^2}{2g} = \xi_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1 \Rightarrow Z_M = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g}$$

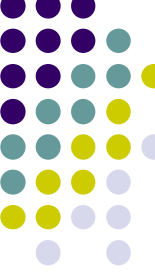
Koeficient miestnej straty:

$$\xi_1 = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$$

$$\xi_2 = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right)^2$$

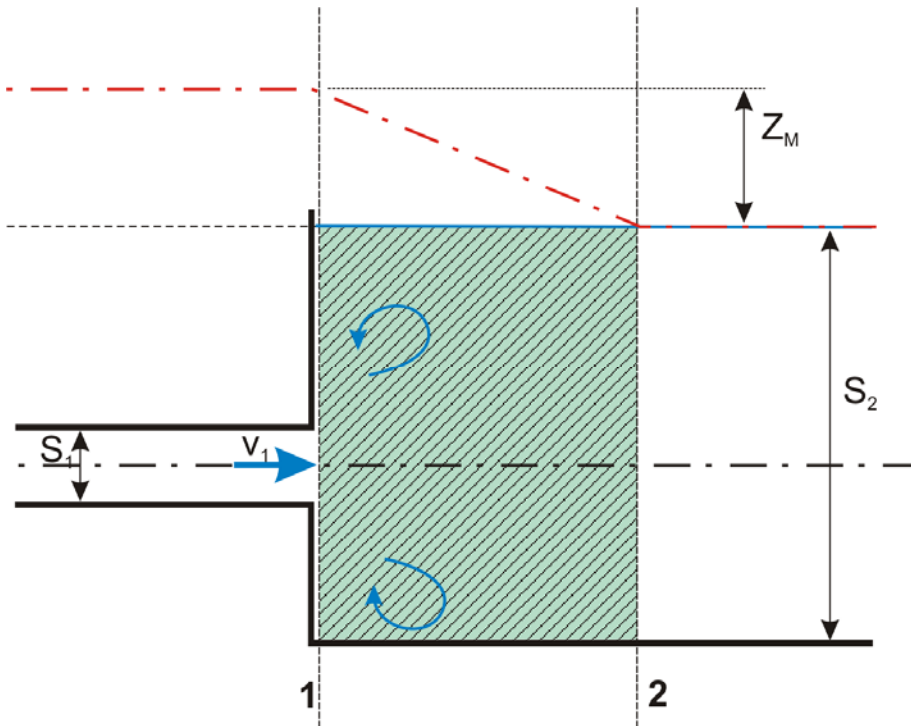


Miestne straty



- Výtok z potrubia do nádrže

Ide o zvláštny prípad rozšírenia. Predpokladáme, že $A_2 \rightarrow \infty$ a preto $v_2 = 0$



Koeficient miestnej straty:

$$\xi_1 = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \left(1 - \frac{S_1}{\infty}\right)^2 = 1$$

Miestne straty

- Náhle zúženie potrubia

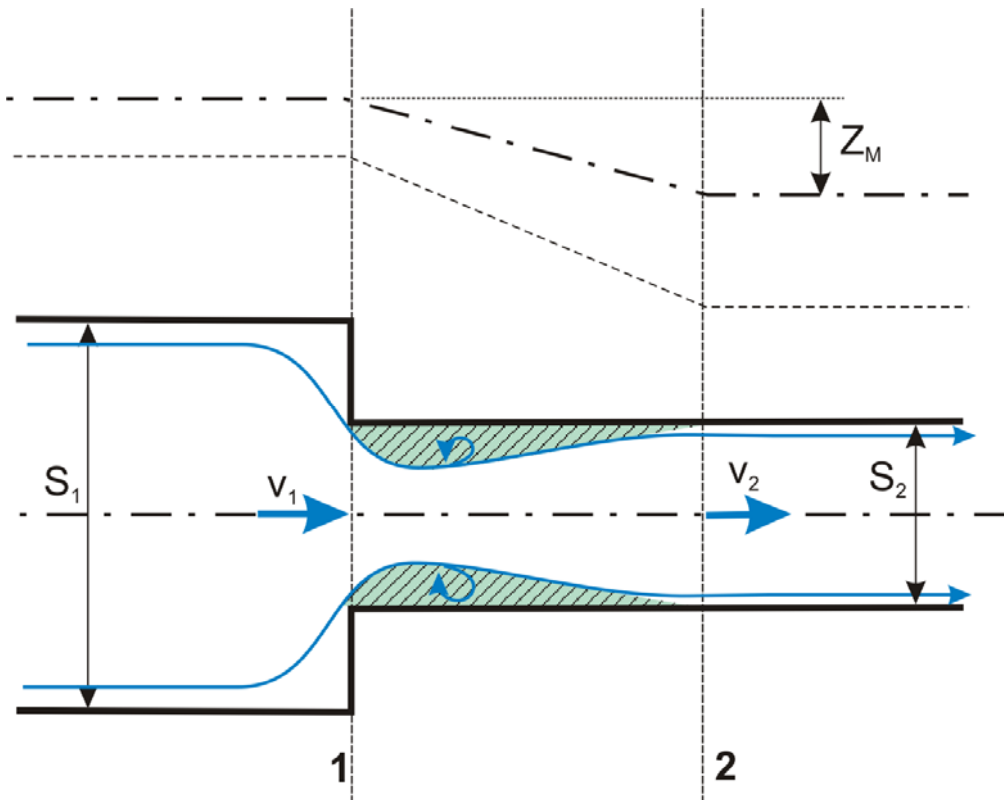
Empirický vzorec z experimentov

$$\xi = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2$$

ε - relatívne zúženie lúča

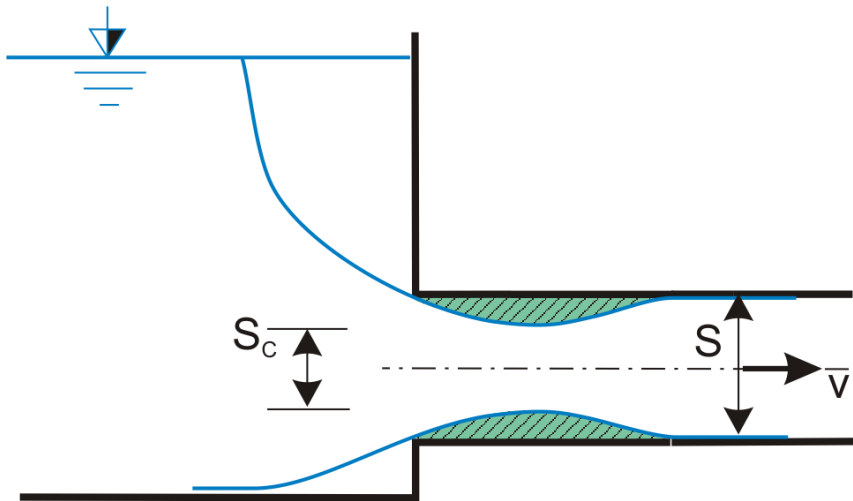
$$\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - \frac{S_2}{S_1}}$$

$$Z_M = \xi \frac{v_2^2}{2g}$$



Miestne straty

- Vtok do potrubia

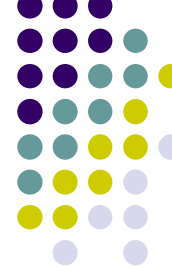


Opäť je to zvláštny prípad zúženia potrubia

$$\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - \frac{S_2}{\infty}} \cong 0,61$$

$$\zeta = \left(\frac{1}{0,61} - 1 \right)^2 = 0,41$$

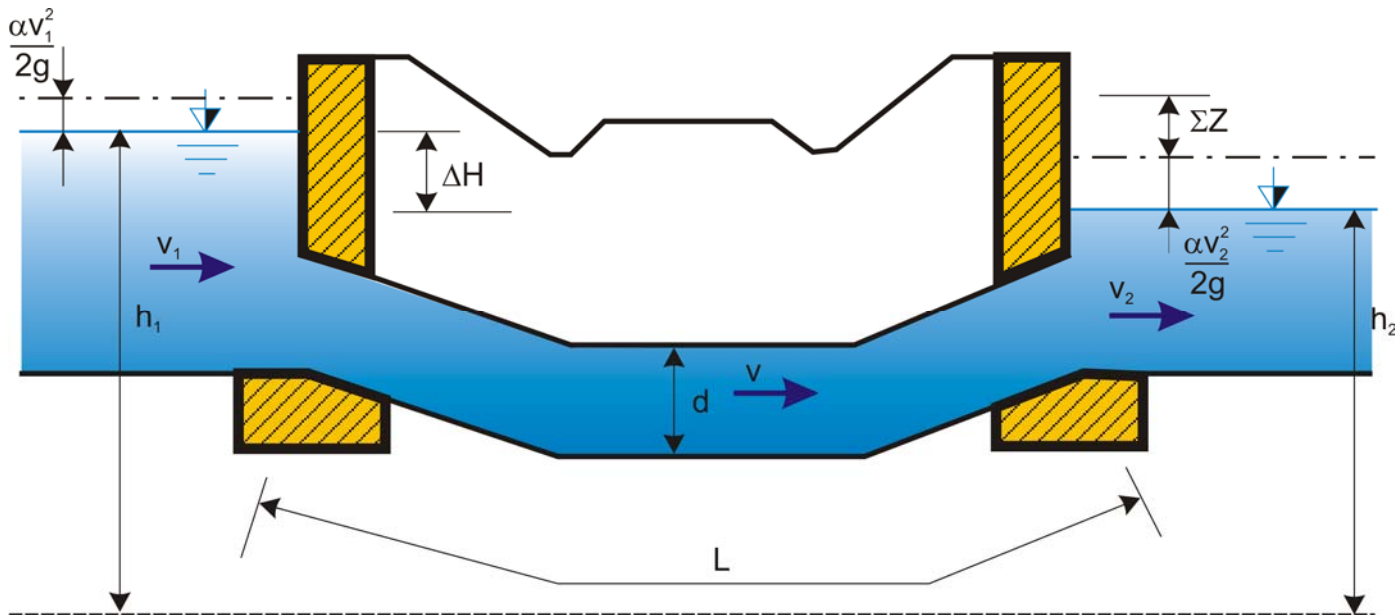
Miestne straty



Druh straty	ξ	Druh straty	ξ
Vtok do potrubia		90° koleno	
Prúdnicový	0.03-0.05	Bend radius/D = 4	0.16-0.18
Zaoblený	0.12-0.25	Bend radius/D = 2	0.19-0.25
Ostrý	0.50	Bend radius/D = 1	0.35-0.40
Náhle zúženie		Náhle rozšírenie	
$D_2/D_1=0.80$	0.18	$D_2/D_1=0.80$	0.16
$D_2/D_1=0.50$	0.37	$D_2/D_1=0.50$	0.57
$D_2/D_1=0.20$	0.49	$D_2/D_1=0.20$	0.92
Kónické zúženie		Kónické rozšírenie	
$D_2/D_1=0.80$	0.05	$D_2/D_1=0.80$	0.03
$D_2/D_1=0.50$	0.07	$D_2/D_1=0.50$	0.08
$D_2/D_1=0.20$	0.08	$D_2/D_1=0.20$	0.13

Príklady krátkych potrubí

- Zhybka
 - prevedenie vody popod komunikácie

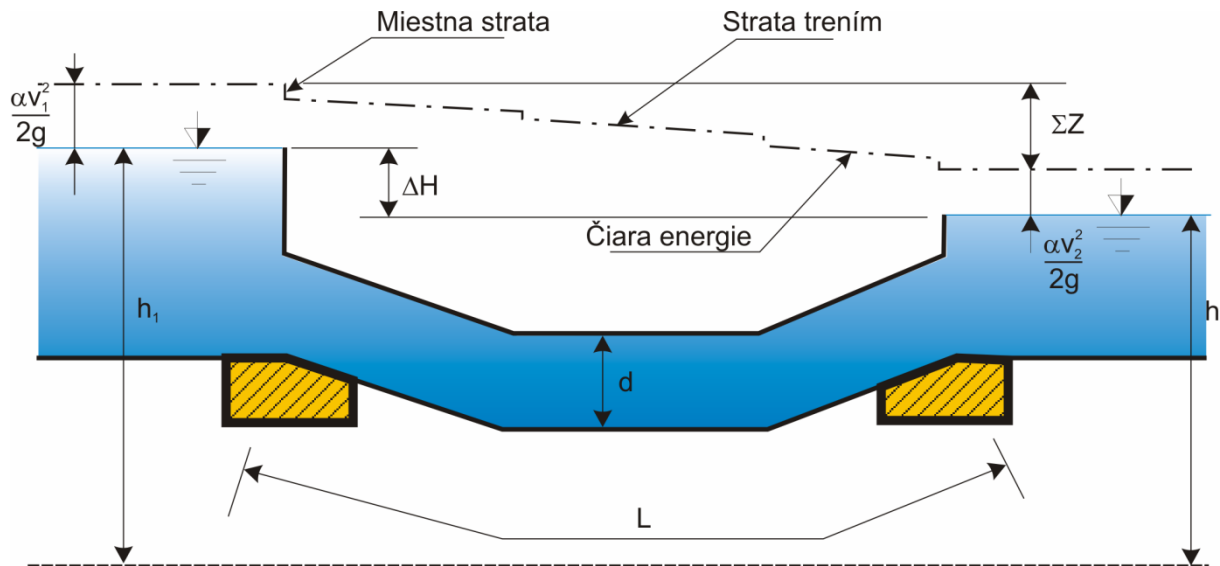


Príklady krátkych potrubí



- Rovnica zhybky

$$h_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum Z$$



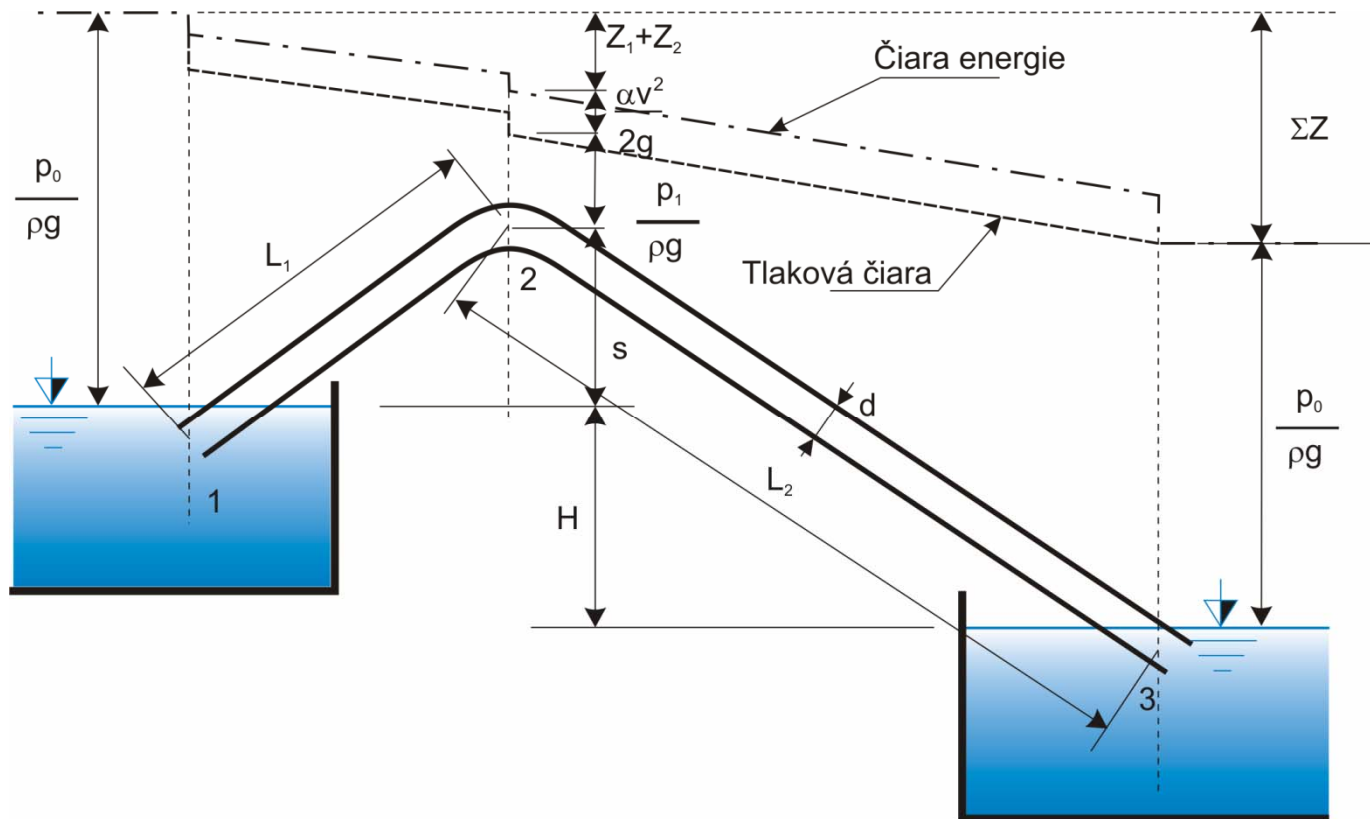
$$\begin{aligned} \Delta h &= h_1 - h_2 = \\ &= \frac{\alpha v_2^2}{2g} - \frac{\alpha v_1^2}{2g} + \sum Z = \\ &= \frac{\alpha}{2g} (v_2^2 - v_1^2) + \sum Z \end{aligned}$$

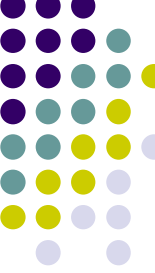
Ak predpokladáme, že $v_1 = v_2$, potom

$$\Delta h = \sum Z$$

Príklady krátkych potrubí

- Násoska





Príklady krátkých potrubí

- Rovnica násosky

$$\Delta h + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + \sum Z \quad \boxed{\Delta h = \sum Z}$$

$$\boxed{\Delta h = \left(\lambda \cdot \frac{L_1 + L_2}{d} + \sum_{i=1}^3 \xi_i \right) \frac{v^2}{2g}}$$

Maximálna prekonávaná výška

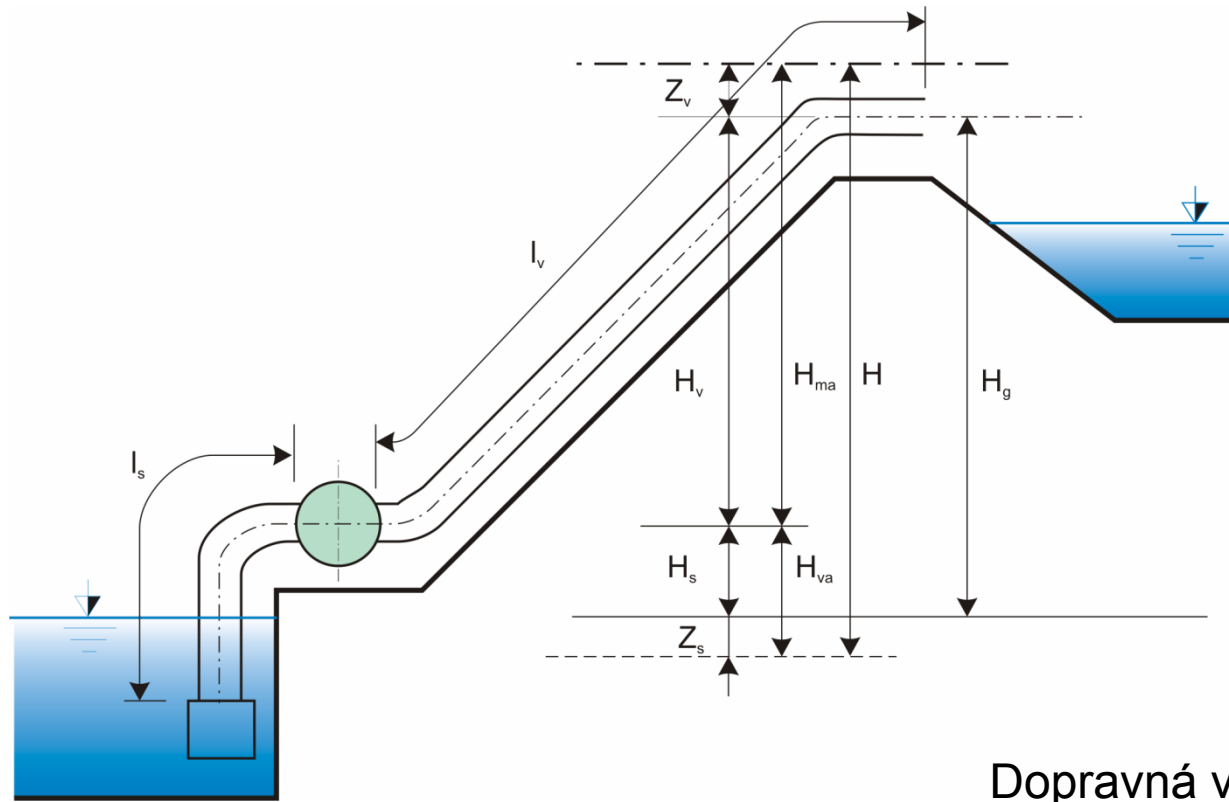
$$\frac{p_0}{\rho g} \geq s_{\max} + \frac{\alpha v^2}{2g} + Z_{M1} + Z_{T1} + Z_{M2}$$

Hydraulika čerpadla



- Nasávacia časť
 - Nasávacia výška H_s
 - Vakuometrická výška H_{va}
- Výtlačná časť
 - Výtlačná výška H_v
 - Manometrická výška H_{ma}

Hydraulika čerpadla



Dopravná výška čerpadla

$$H_{va} = H_s + Z_s$$

$$H_{ma} = H_v + Z_v$$

$$H = H_{va} + H_{ma}$$

Potřebný výkon motoru:

$$P_m = \frac{1}{\eta} g \cdot \rho \cdot Q \cdot H$$