

Stredná chyba uhla meraného v skupinách

Pri meraní v skupinách každé zacielenie a čítanie bude zaťažené chybou: $m_{\psi} = \sqrt{m_{\alpha}^2 + m_{\beta}^2}$. Strednú chybu uhla odmeraného v jednej polohe, získaného z rozdielu dvoch smerov, vyjadruje rovnica:

$$m_{\omega} = \sqrt{2(m_{\alpha}^2 + m_{\beta}^2)} . \quad (4.8)$$

Strednú chybu meraného uhla v jednej skupine vyjadríme

$$M_{\omega \text{ skup.}} = \frac{m_{\omega}}{\sqrt{2}} = \sqrt{m_{\alpha}^2 + m_{\beta}^2} ,$$

stredná chyba meraného uhla v n -skupinách bude:

$$m_{\omega \text{ skup.}} = \frac{M_{\omega \text{ skup.}}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{m_{\alpha}^2 + m_{\beta}^2}{n}} . \quad (4.9)$$

Keď porovnáme rovnice (4.7) a (4.8) vidíme, že pri použití rovnakého teodolitu je vyššia presnosť odmeraného uhla násobením ako meraním v skupinách, pretože pri meraní uhlov sa menej krát uplatňuje chyba v čítaní. Skúsenosti z praxe poopravujú teoretické úvahy v tom zmysle, že pri meraní uhlov násobením sa jednotlivé uhlové hodnoty nepriradujú k sebe plynule a nepretržite, pretože limbus s deleným kruhom pri otáčaní môže byť nepatrne strhávaný.

4.5.2 Pramene chýb pri meraní vodorovných uhlov

Pri rozbere presnosti merania vodorovných uhlov je potrebné vychádzať zo skutočnosti, že konštrukcia prístroja nie je dokonalá a aj zmyslové orgány človeka majú svoje ohraničené možnosti. Na presnosť merania vplyvajú aj atmosférické podmienky. Preto pri meraní sa objavujú nevyhnutné chyby, ktoré majú charakter náhodných alebo systematických chýb. Vždy potrebujeme poznať príčiny vzniku chýb a ich vplyv na výsledok merania. U systematických chýb vhodnou voľbou meračskej metódy, prípadne výpočtom, sa snažíme ich účinok vylúčiť, alebo aspoň obmedziť na najmenšiu mieru.

Chyby, vyskytujúce sa pri meraní vodorovných uhlov rozdeľujeme do troch skupín:

1. chyby z konštrukčnej nedokonalosti prístroja,
2. chyby z nepresného výkonu merania,
3. chyby z nepresného postavenia prístroja a cieľových značiek.

K chybám prvej skupiny predovšetkým patria: osovú chybu teodolitu, excentricita alidády a zámernej roviny, chyba z nediametrálnej polohy indexov, chyba z nerovnomerného delenia kruhu a chyba zo sklonu roviny limbu.

Ako už bolo uvedené, účinok konštrukčných chýb teodolitu môžeme znížiť rektifikáciou teodolitu, meraním v dvoch polohách ďalekohľadu, čítaním na dvoch diametrálnych miestach kruhu a systematickou zmenou polohy deleného kruhu.

Do druhej skupiny patria: chyba z zacielenia a chyba z čítania na vodorovnom kruhu. Obe chyby majú charakter náhodných chýb a ich vplyv na presnosť merania uhlov sa pri starostlivej práci neprejavuje.

Chyba v čítaní na vernieri vzniká nepresným určením koincidujúceho dielika hlavnej stupnice a verniera. Pri prístrojoch so sklenenými kruhmi vzniká chyba buď nesprávnym odhadom najmenšieho

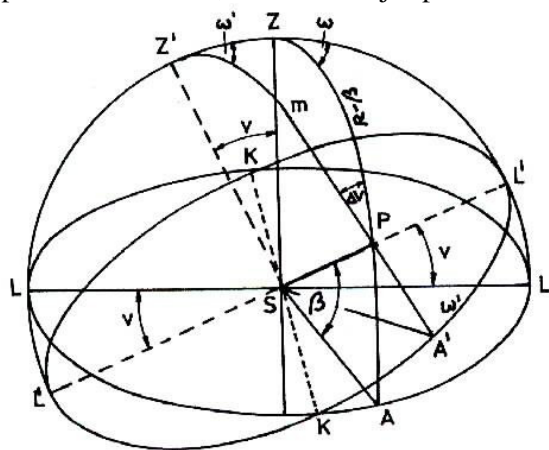
dielika stupnice podľa čítacieho indexu, alebo pri koincidenčnom spôsobe čítania nepresným nastavením obrazov rýsiok do koincidence optickým mikrometrom.

Do tretej skupiny patria chyby: z nepresnej horizontácie prístroja, nepresnej centrácie prístroja a cieľovej značky, z krútenia stojanu a strhávania limbu.

Tieto chyby majú systematický charakter a môžu ovplyvniť výsledok merania.

Chyba z nesprávnej horizontácie prístroja (obr. 4.46.)

Za predpokladu, že os alidády je kolmá k rovine limbu a rektifikovaná alidádová libela je urovnaná, os alidády je zvislá. Prístroj nie je správne zhorizontovaný vtedy, keď nespĺňa rektifikačnú podmienku $V \perp L$, alebo ak nie je správne urovnaná alidádová libela.



Obr. 4.46. Znázornenie chyby z nesprávnej horizontácie prístroja

Pri zámere na bod P pod výškovým uhlom β by zámerná rovina správne urovnaného teodolitu prechádzala bodmi Z a P a premietala by bod P do bodu A (obr. 4.46). Zámerná rovina nepresne urovnaného prístroja prechádza bodmi Z' a P a premietala bod P do bodu A' na limbe. Len vo zvláštnom prípade, kedy bol bod P v rovine $Z'SZ$, splývali by obe zámerné roviny a čítanie na limbe presne urovnaného a odchýleného prístroja by bolo zhodné. Toto čítanie udáva polohu zvislej roviny $Z'SZ$, v ktorej došlo k odchýlke osi alidády od zvislice. Ak sa toto čítanie bude považovať za počiatok stupnice, vplyv chyby z nesprávnej horizontácie prístroja Δv na smer prechádzajúci bodom P dostaneme ako rozdiel oblúkov \widehat{LA} a $\widehat{LA'}$ na hlavných kružniciach, alebo tiež ako rozdiel uhlov $\Delta v = \omega - \omega'$.

K výpočtu Δv sa použije sférický trojuholník PZZ' , v ktorom oblúk $\widehat{ZZ'}$ zodpovedá chybe z nesprávnej horizontácie prístroja v , oblúk $\widehat{PZ} = R - \beta$ je zenitový uhol bodu P a uhly pri bodoch Z a Z' sú uhly ω a ω' . Chybu z nesprávnej horizontácie na meraný smer vyjadruje rovnica:

$$\Delta v = v \operatorname{tg} \beta \sin \omega. \quad (4.10)$$

Z rovnice vyplýva, že účinok chyby Δv na meraný smer závisí:

- od uhla odklonu osi alidády od zvislice v ,
- od výškového uhla β ,
- na uhle ω , ktorý zvierajú zámerná rovina s rovinou, v ktorej nastal odklon osi alidády od zvislice.

Pri vodorovných zámerách ($\beta = 0$) je $\Delta v = 0$, sa vplyv chyby z nesprávnej horizontácie neprejavuje. Pri zámerách s $\beta \neq 0$ chyba sa zväčšuje s tangensom výškového uhla.

Vplyv chyby pri $\omega = 0$ sa neprejaví ani pri strmých zámerách, maximum dosiahne pre $\omega = R$ keď $\sin \omega = 1$.

Vplyv chyby z nesprávnej horizontácie prístroja nemôžeme vylúčiť ani meraním v dvoch polohách ďalekohľadu. Preto požiadavke nastavenia osi alidády do zvislej polohy venujeme primeranú pozornosť. Po každom väčšom transporte prístroja je potrebné pred meraním prekontrolovať splnenie osovej podmienky $V \perp L$. Pochybnosti o správnej horizontácii prístroja spravidla vždy spôsobí priame slnečné osvetlenie, pred ktorým chránime prístroj slnečníkom.

Chyba z nesprávnej centrácie teodolitu

Teodolit centrujeme na stanovisku olovnícou, dostreďovacou tyčou, alebo optickým dostreďovaním. V dôsledku nepresného uskutočnenia tohoto výkonu (silný vietor, nerektifikovaný optický dostreďovač), je teodolit namiesto na bod A scentrovaný nad bodom S (obr. 4.47a). Namiesto správneho uhla ω medzi bodmi B a C odmeriame chybný uhol ω' . Podľa obr. 4.47 chybu z nesprávnej centrácie je možné vyjadriť:

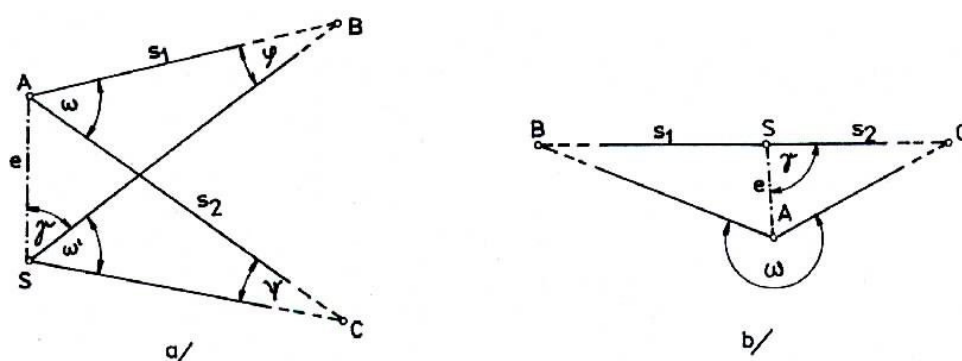
$$\Delta\omega = \omega - \omega' = \psi - \varphi . \quad (4.11)$$

Pretože e k dĺžkam strán s_1 a s_2 je malé, uhly ψ a φ vyjadríme rovnicami:

$$\psi^{cc} = \rho^{cc} \frac{e}{s_2} \sin(\gamma + \omega'), \quad \varphi^{cc} = \rho^{cc} \frac{e}{s_1} \sin \gamma . \quad (4.12)$$

Celková uhlová chyba z necentrického postavenia prístroja je

$$\Delta\omega^{cc} = \rho^{cc} \left[\frac{e}{s_2} \sin(\gamma + \omega') - \frac{e}{s_1} \sin \gamma \right] . \quad (4.13)$$



Obr. 4.47. Chyba z nesprávnej centrácie teodolitu

Chyba $\Delta\omega$ nadobudne maximum pri $\gamma = 100^\circ$ a $\omega' = 200^\circ$, keď $e \perp s$ a $\omega \approx \omega' = 2R$ (obr. 4-39b). Ak aj $s_1 = s_2$, rovnica (4.13) prejde na tvar:

$$\Delta\omega_{\max} = -2 \frac{e}{s} \rho^{cc} . \quad (4.14)$$

Z rovnice pre maximálny vplyv nepresnej centrácie na vodorovný uhol vyplýva, že čím kratšie sú zámery, tým presnejšie je potrebné teodolit centrovat'.

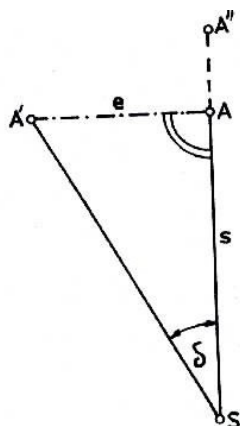
Chyba z excentricity cieľovej značky (cieľa)

Chyba z nepresnej centrácie cieľovej značky na meraný vodorovný uhol má podobný vplyv ako chyba z nesprávnej centrácie teodolitu. Vyjadríme ju z obr. 4-48:

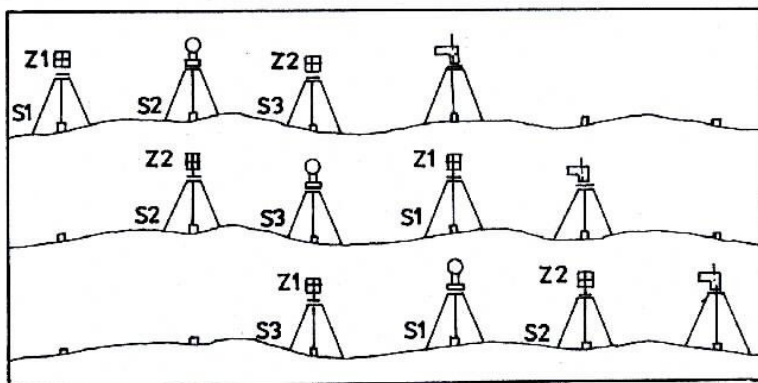
$$\delta^{cc} = \frac{e}{s} \rho^{cc} . \quad (4.15)$$

Ak je excentricita v smere zámery, chyba nemá vplyv na meraný smer. Maximálnu hodnotu nadobúda, keď $e \perp s$. Podobne ako v predchádzajúcom prípade, centrickému postaveniu cieľa je potrebné venovať tým väčšiu pozornosť, čím je zámery kratšia. Chyba z excentricity zámery sa môže výrazne prejaviť pri cielení na nezávislo postavenú výtyčku, keď sme pre prekážku nútení cieľiť na jej horný koniec. Pri kratších stranách sa odporúča signalizovať body olovnícou zavesenou na stojančeku.

Použitím trojpodstavcovej súpravy (závislej centrácie) zabránime nielen chybám z excentricity cieľa, ale aj z necentrického postavenia teodolitu. Neznamená to však, že pritom netreba starostlivo vykonať centráciu podložiek, do ktorých sa postupne vkladajú prístroj, cieľová značka atď. Teodolit a cieľové značky majú rovnaké centračné podložky, do ktorých sa dajú vzájomne upevňovať. Tým je možné umiestniť teodolit presne nad bodom, nad ktorým bola cieľová značka a naopak.



Obr. 4.48 Chyba z excentricity cieľovej značky



Obr. 4.49 Meranie trojpodstavcovou súpravou

Postup použitia trojpodstavcovej súpravy pri meraní vrcholových uhlov v polygórovej sieti: Nad prvým bodom postavíme cieľovú značku, nad druhým prístroj, nad tretím cieľovú značku. V záujme zrýchlenia postupu prác, ak je k dispozícii štvrtý stojan s podložkou, centruje sa nad štvrtým bodom napr. optickým dostreďovačom.

Po odmeraní uhla na druhom bode vyberie merač prístroj, nasadí cieľovú značku a prejde na tretí bod, kde po vybratí cieľovej značky nasadí prístroj. Pomocník zruší postavenie stojanu na prvom bode, prejde k štvrtému bodu, kde nasadí cieľovú značku namiesto optického dostreďovača a prechádza na piaty bod, nad ktorým scentruje a zhorizontuje podložku prístroja. Tým sa opäť získa zostava: cieľová značka – prístroj – cieľová značka – optický dostreďovač. Postup výmen sa opakuje až do ukončenia merania.

Chyba z krútenia stojanu vzniká tak, že stojan je jednostranne zahrievaný slnkom. Chybe z krútenia stojanu sa vyhýbame chránením stojanu pred priamymi slnečnými lúčmi a meraním smerov v druhej polohe v obrátenom poradí ako v prvej polohe (podľa zásad merania v skupinách). Vlastné meranie robíme plynulo, bez zbytočného prerušovania.

Podobný charakter má aj chyba zo strhávania limbu. Aj jej účinok sa znižuje meraním v druhej polohe d'alekohľadu.

4.6 MERANIE ZVISLÝCH UHLOV

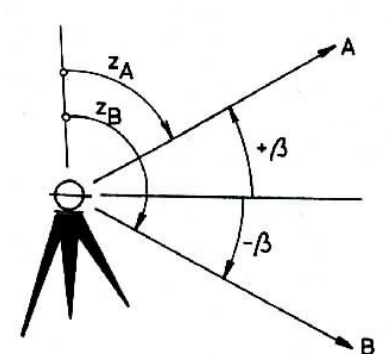
Zvislé uhly sa merajú vo zvislej zámernej rovine preloženej miestom merania a cieľom. Čítajú sa na zvislom kruhu, ktorého rovina je rovnobežná so zvislou zámernou rovinou. Pri zvislých uhloch rozoznávame (obr. 4.50):

- výškové uhly β ; sú to uhlové odľahlosti od horizontály vytýčenej indexovou libelou prístroja (automatickým stabilizátorom indexu na zvislom kruhu). Nad horizontom majú znamienko +, pod horizontom znamienko - ,
- zenitové uhly (vzdialenosti) z ; sú to uhly od vertikály po zámeru.

Medzi výškovým a zenitovým uhlom platia vzťahy:

$$\beta = 100^g - z ,$$

$$z = 100^\circ - \beta.$$



Obr. 4.50. Zvislé uhly

4.6.1 Pramene chýb pri meraní zvislých uhlov

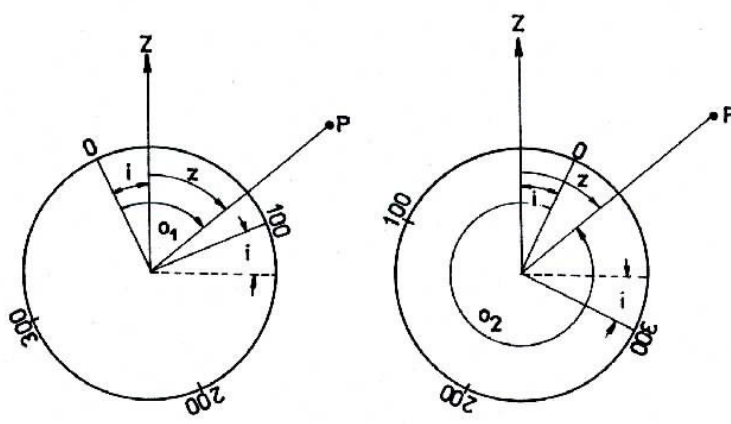
Rovnako ako pri meraní vodorovných uhlov aj pri meraní zvislých uhlov vznikajú nevyhnutné náhodné a systematické chyby. Treba poznať príčiny vzniku chýb a ich vplyv na výsledný zvislý uhol a vedieť ich odstrániť, alebo aspoň obmedziť do tej miery, aby sa docielila vyžadovaná presnosť merania.

Z prístrojových chýb výškového kruhu je potrebné uviesť excentricitu horizontálnej osi H a indexovú chybu. Excentricita horizontálnej osi sa prejavuje v tom, že stred výškového kruhu nesplýva so stopníkom otočnej osi ďalekohľadu. Chyba sa vylučuje z výsledkov merania čítaním na dvoch diametrálne položených čítacích pomôckach.

Na meranie zvislých uhlov má najväčší vplyv indexová chyba, ktorá sa na prístroji vyskytuje vtedy, keď pri urovnanej libele nie je spojnica čítacích indexov presne horizontálna. Zisťuje sa meraním výškového uhla (zenitového uhla) v dvoch polohách ďalekohľadu. Indexovú chybu (obr. 4-43) predstavuje uhol medzi spojniciou čítacích indexov a horizontálou resp. vertikálou.

Ďalekohľadom urovnaného teodolitu zacielieme v prvej polohe na bod P a čítame o_1 , ktoré je zaťažené indexovou chybou i . Z obr. 4.51 určíme vzťah

$$z = o_1 - i. \quad (4.16)$$



Obr. 4.51. Meranie zenitového uhla v dvoch polohách ďalekohľadu

Ďalekohľad pretočíme do druhej polohy, opäť zacielieme na bod P a vykonáme čítanie o_2 . Druhá rovnica, určujúca zenitový uhol, sa určí z obr. 4.51 vpravo

$$z = 400^g - o_2 + i. \quad (4.17)$$

Pred čítaním o_1 a o_2 urovnáme indexovú libelu.

Hodnotu indexovej chyby určíme odčítaním rovnice (4.16) od rovnice (4.17):

$$2i = o_1 + o_2 - 400^g$$

$$i = \frac{o_1 + o_2 - 400^g}{2}. \quad (4.18)$$

Indexovú libelu rektifikujeme tak, že na výškovom kruhu nastavíme pohybovkou indexovej libely čítanie $o_1 = z$, resp. $o_2 = 400^g - z$, čím sa bublina indexovej libely vychýli zo strednej polohy. Urovnaním indexovej libely jej rektifikačnými skrutkami je opravená hodnota indexovej chyby. Účinnosť vykonanej opravy indexovej chyby kontrolujeme opätovným odmeraním zenitových uhlov v oboch polohách ďalekohľadu. Indexovú chybu nemôžeme odstrániť úplne. Rektifikácia indexovej libely je ukončená, ak indexová chyba je menšia než vyžadovaná presnosť meraného zenitového uhla (výškového uhla) v jednej polohe ďalekohľadu, napr. pri tachymetrických prácach $|i| \leq 3^c$.

U prístrojov vybavených zariadením na automatickú stabilizáciu výškového indexu, indexovú chybu odstránime tak, že na výškovom kruhu nastavíme čítanie $o_1 = z$, resp. $o_2 = 400^g - z$ a posunom rektifikačných skrutiek planoparalelnej doštičky (diafragmy), ktorá nesie zámerný kríž, stotožníme vodorovnú rysku s bodom P .

4.6.2 Postup pri meraní zvislých uhlov

Vodorovný uhol je rozdiel dvoch smerov čítaných na vodorovnom kruhu. Zvislý uhol získame odmeraním jedného smeru na cieľovú značku príslušného cieľa a čítaním na vertikálnom kruhu. Druhým smerom je základný smer, a to vodorovná rovina pre výškový uhol, alebo smer zvislice pre zenitový uhol.

Meranie v jednej polohe ďalekohľadu. Teodolit na stanovisku scentrujeme a zhorizontujeme. Pred meraním zistíme, resp. opravíme indexovú chybu prístroja tak, aby bola menšia než vyžadovaná presnosť merania zvislých uhlov v jednej polohe ďalekohľadu. Ďalekohľadom zacielieme na príslušný cieľ vodorovnou ryskou zámerného kríža, urovnáme indexovú libelu a čítame na zvislom kruhu.

Meranie v dvoch polohách ďalekohľadu bolo uvedené pri určovaní indexovej chyby. Zenitový uhol vypočítame podľa rovnice

$$z = \frac{(400^g - o_2) + o_1}{2}; \quad (4.19)$$

odvodenej z rovníc (4.16) a (4.17).

Rovnice (4.18) a (4.19) na výpočet indexovej chyby a zenitového uhla platia pre dnes už bežne používané číslovanie výškového kruhu podľa zenitových uhlov, ako to znázorňuje obr. 4.51.

Príklad 4.1

V dvoch polohách ďalekohľadu sme čítali na rovnakom cieľi:

$$o_1 = 65,783^g$$

$$o_2 = 334,195^g$$

$$o_1 + o_2 = 399,978^{\text{g}} \quad (400^{\text{g}} - o_2) + o_1 = 131,588^{\text{g}} .$$

Indexová chyba a zenitový uhol sú:

$$i = -0,011^{\text{g}} \quad z = 65,794^{\text{g}} .$$