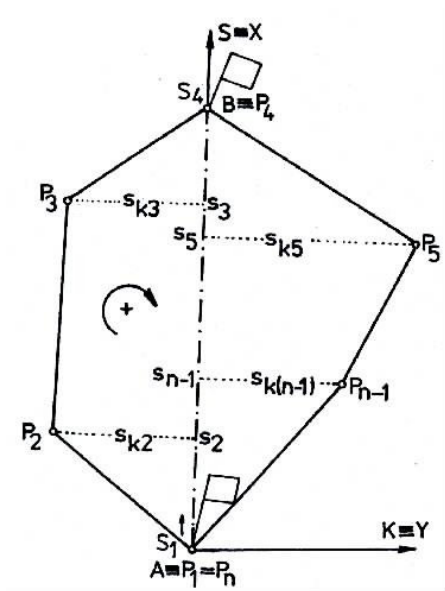


11. URČOVANIE PLÔCH A OBJEMOV ZEMNÝCH PRÁČ

Častou úlohou stavebnej i geodetickej praxe je určovať plochy horizontálnych alebo vertikálnych obrazcov, ktoré sme zamerali a vyjadrili v číselnej alebo grafickej forme. Plošný obsah pozemku určeného hranicami v jeho horizontálnom priemete do zobrazovacej roviny nazývame výmerou parcely. Výmera parcely vyplýva z geometrického určenia pozemku (vymedzenie tvaru a rozmerov nehnuteľností ich hranicami) a polohového určenia pozemku (v zobrazovacom systéme). Je jednou z číselných charakteristík katastra nehnuteľností.

S výpočtami plôch sa stretávame tiež pri rôznej investičnej činnosti, pri ktorej potrebujeme poznať plochy pozemkov za účelom náhrad škôd spôsobených stavebnou činnosťou, pri výkupe pozemkov, pri vymedzovaní plôch ako zariadení staveniska atď. Ďalej určujeme plochy pozemkov vymedzených na odhumusovanie pôdy, rekultiváciu, hydroosev atď. Výpočty plôch sú tiež podkladom na výpočet objemov (kubatúr) zemných prác. Vtedy napr. vypočítame plochy vytvorené priečnym profilom terénom a vzorovým profilom, z ktorých podľa vzdialenosti profilov určujeme dielčie objemy.



Veľkosť plochy vyjadrujeme v plošných jednotkách metrickej sústavy, ktorých základom je 1 m^2 . Väčšími jednotkami sú:

$$\begin{aligned} 1 \text{ a (ár)} &= 100 \text{ m}^2, \\ 1 \text{ ha (hektár)} &= 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2, \\ 1 \text{ km} &= 100 \text{ ha}. \end{aligned}$$

Plochy určujeme:

- výpočtom z odmeraných dĺžok,
- výpočtom zo súradníc,
- meraním plochy na mape.

Obr. 11.1. Výpočet plochy z originálnych mier

11.1 VÝPOČET PLOCHY Z ODMERANÝCH DĹŽOK

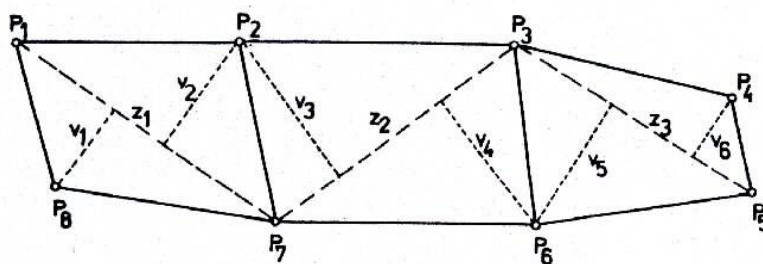
Výpočet plochy z odmeraných dĺžok je z hľadiska účelnosti určenia plochy najvýhodnejší. Na obr. 11.1 sú lomové body pozemku určené pravouhlými súradnicami vo vzťahu k meračskej priamke \bar{AB} . Súradnicami sú tu staničenia s_i a kolmice s_{ki} . Plocha pozemku sa vypočíta ako súčet jej plôch, ktoré predstavujú trojuholníky a lichobežníky:

$$2P = (s_1 - s_2)(s_{k1} + s_{k2}) + (s_2 - s_3)(s_{k2} + s_{k3}) + \dots + (s_{n-1} - s_n)(s_{k(n-1)} + s_{kn}) \quad (11.1)$$

Pozemky pretiahleho tvaru je vhodné rozložiť na trojuholníky podľa obr. 11.2 a plochu vypočítame z rovnice:

$$P = \sum \frac{z v}{2}, \quad (11.2)$$

keď sme základne z_i a výšky v_i v trojuholníkoch odmerali priamo v teréne.



Obr. 11.2. Výpočet plochy rozložením na trojuholníky

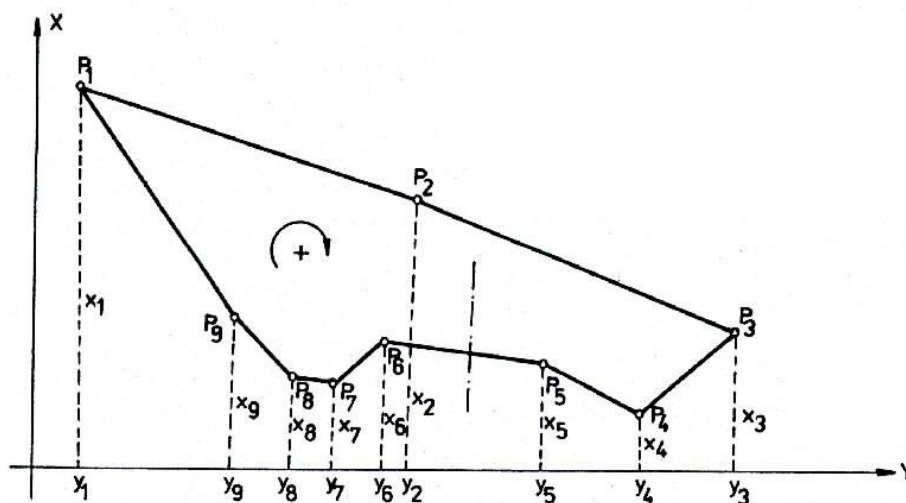
Dĺžky spravidla meriame na centimetre. Jednotlivé plochy počítame na dve desatinné miesta a výsledok zaokrúhľujeme na celé m².

11.2 VÝPOČET PLOCHY ZO SÚRADNÍC

Plochy zo súradníc počítame dvoma spôsobmi, podľa toho či sú lomové body vyjadrené v pravouhlých alebo polárnych súradniciach.

Pri výpočte plochy pravouhlými súradnicami použijeme redukované súradnice existujúceho súradnicového systému, alebo miestneho súradnicového systému, ktorého jednou osou bude napr. meračská priamka, ku ktorej vyjadríme lomové body staničením a kolmicou (obr. 11.1).

Výpočet plochy pravouhlými súradnicami si ukážeme na obraze obr. 11.3. Os Y predstavuje os staničení priečnym profilom terénom – body P_1, P_2 a P_3 a vodorovným profilom – body P_3, P_4, \dots, P_1 ; v smere osi X sme vyjadrili relatívne výšky bodov oboch priečných profilov.



Obr. 11.3. Výpočet plochy z pravouhlých súradníc

Plochu obrazca $P_1, P_2, \dots, P_9, P_1$ vypočítame tak, že plochu vytvorenú kolmicovými lichobežníkmi, ku ktorým patria strany P_1P_2 a P_2P_3 zmenšíme o súčet plôch menších kolmicových lichobežníkov, ku ktorým patria strany P_3P_4, P_4P_5 až P_9P_1 . Celkovú plochu obrazca vyjadríme algebraickým súčtom všetkých plôch kolmicových lichobežníkov a nebudeme tu vyjadrovať tzv. kladné a záporné plochy. Smer postupného vyjadrovania plôch lichobežníkov je vyznačený na obr. 11.3 šípkou.

$$\begin{aligned}
 2P = & (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) + (x_2 + x_3)(y_3 - y_2) + (x_3 + x_4)(y_4 - y_3) + (x_4 + x_5)(y_5 - y_4) + \\
 & + (x_5 + x_6)(y_6 - y_5) + (x_6 + x_7)(y_7 - y_6) + (x_7 + x_8)(y_8 - y_7) + (x_8 + x_9)(y_9 - y_8) + \\
 & + (x_9 + x_1)(y_1 - y_9) .
 \end{aligned} \tag{11.3}$$

Rovnicu (11.3) po vynásobení usporiadame podľa súčinov x alebo y a dostaneme:

$$\begin{array}{ll} 2P = x_1(y_2 - y_9) + & 2P = y_1(x_9 - x_2) + \\ + x_2(y_3 - y_1) + & + y_2(x_1 - x_3) + \\ + x_3(y_4 - y_2) + & + y_3(x_2 - x_4) + \\ \vdots & \vdots \\ + x_8(y_9 - y_7) + & + y_8(x_7 - x_9) + \\ + x_9(y_1 - y_8) & + y_9(x_8 - x_1). \end{array}$$

Plochu obrazca s n vrcholmi môžeme vyjadriť všeobecnými vzorcami:

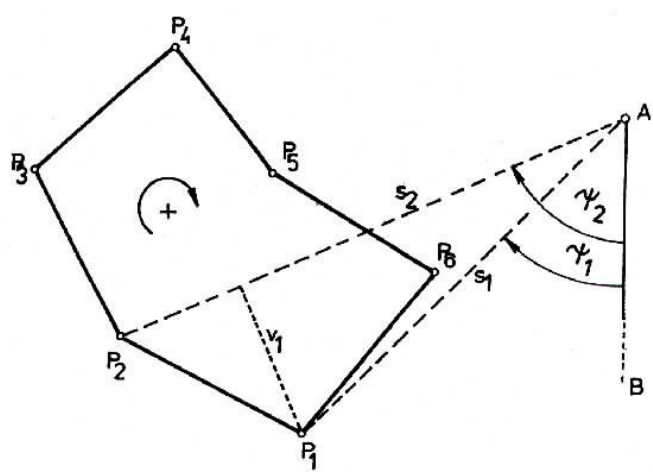
$$2P = \sum_{i=1}^n x_i(y_{i+1} - y_{i-1}), \quad \text{alebo} \quad 2P = \sum_{i=1}^n y_i(x_{i-1} - x_{i+1}) \quad (11.4)$$

Vzorce nazývame Gaussove ale l'Huillierove vzorce. Slovné ich interpretujeme nasledovne: dvojnásobok plochy určíme ako súčet súčinov úsečky (poradnice) a rozdielu poradníc (úsečiek) obidvoch susedných vrcholov. Vzorce sú vhodné na výpočet kalkulačkami a dajú sa tiež ľahko programovať.

Vzorce môžeme tiež použiť na výpočet plochy pozemku zameraného metódou pravouhlých súradníc, ktoré vyjadríme vo forme staničení a kolmíc (obr. 11.1). Meračskú priamku stotožníme s osou X . Hodnoty staničení sú potom úsečkami $s_i \equiv x_i$ a kolmice poradnicami $s_{ki} \equiv y_i$. Pri výpočte volíme orientáciu výpočetného systému, poradie číslovania bodov a postup výpočtu. Prijímame zásady:

Kladný smer osi X je totožný so smerom meračskej priamky; kolmice sú kladné, ak smerujú napravo, naľavo sú záporné. Poradie bodov a postup výpočtu volíme v smere číslovania hodín.

Výpočet plochy obrazca, ktorý sme zamerali polárnymi súradnicami s_i , ψ_i , určíme postupným určovaním plôch trojuholníkov (obr. 11.4).



Obr. 11.4. Výpočet plochy z polárných súradníc

Smer číslovania vrcholov n -uholníka volíme v smere číslovania hodín. Výpočet začíname v ľubovoľnom trojuholníku podľa rovnice:

$$2P_i = s_{(i+1)}v_i = s_{(i+1)}s_i \sin(\psi_{(i+1)} - \psi_i). \quad (11.5)$$

Keď je rozdiel smerov $(\psi_{(i+1)} - \psi_i)$ záporný, dostaneme tzv. zápornú plochu. Celková plocha sa určí ako súčet kladných a záporných plôch podľa rovnice:

$$2P = \sum_{i=1}^n s_{(i+1)}s_i \sin(\psi_{(i+1)} - \psi_i). \quad (11.6)$$

11.3 URČOVANIE PLOCHY Z MAPY

Výmery parciel, alebo iných uzavretých obrazcov, určujeme po ich zobrazení v určitej mierke z mapy. Pritom presnosť určenej plochy, okrem neistoty v meraní, ovplyvnia ďalšie faktory ako neistota v grafickom zobrazení bodov, deformácia papiera a neistota v grafickom určení plochy. Pri

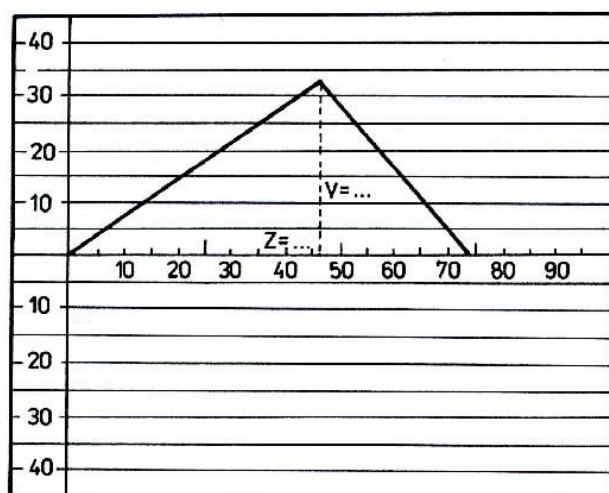
väčších nárokoch na presnosť určenej plochy zisťujeme deformáciu papiera (kap. 9.6), o ktorú opravujeme odmerané dĺžky z mapy.

Plochy z mapy určujeme graficko-počtárskym spôsobom, alebo použitím plochomerných pomôcok – planimetrov. Určíme ich v plošných jednotkách v mierke mapy 1:M napr. v mm² alebo cm². Výmeru plochy potom dostaneme, keď plochu na mape v príslušných jednotkách vynásobíme štvorcom mierkovej čísllice:

$$P = P' M^2 . \quad (11.7)$$

11.3.1 Graficko-analytický spôsob určovania plôch

Plochu obrazca (parcely) zobrazeného na mape určíme z mier obrazca, ktoré získame rôznym spôsobom a rôznymi pomôckami.



Jedným zo spôsobov môže byť odmeranie pravouhlých alebo polárnych súradníc všetkých lomových bodov. Plochu vypočítame analyticky podľa rovníc (11.4) alebo (11.6). Výpočet plochy z mapy sa dá tiež vhodne realizovať rozdelením plochy na trojuholníky, v ktorých odmeriame potrebné dĺžky pre výpočet (obr. 11.2). Dĺžky odmeriame zobrazovacími trojuholníkmi, alebo pomocou vhodnej plochomernej pomôcky (obr. 11.5), ktorou môže byť aj štvorcová sieť (milimetrový transparentný papier).

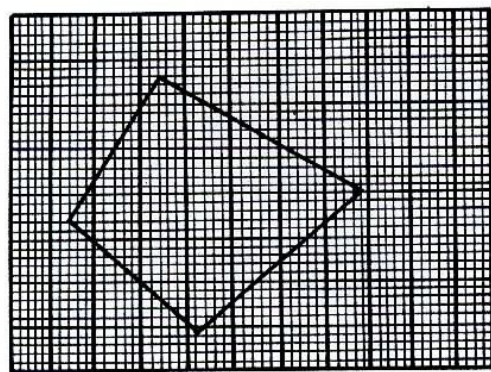
Obr. 11.5. Plochomerná pomôcka

11.3.2 Určovanie plôch planimetrami

Planimetre sú mechanické pomôcky, pomocou ktorých určujeme počet plošných jednotiek na obraze zobrazenom v určitej mierke. Vykonáme to pomocou vhodnej plochomernej siete, alebo z obvodu obrazca obídeného hrotom planimetra, čím získame údaj, z ktorého podľa parametrov planimetra odvodíme plochu obrazca.

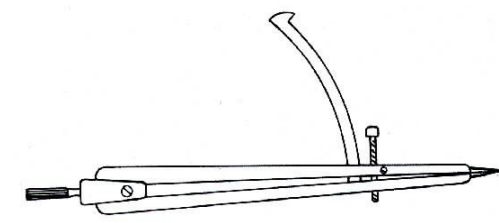
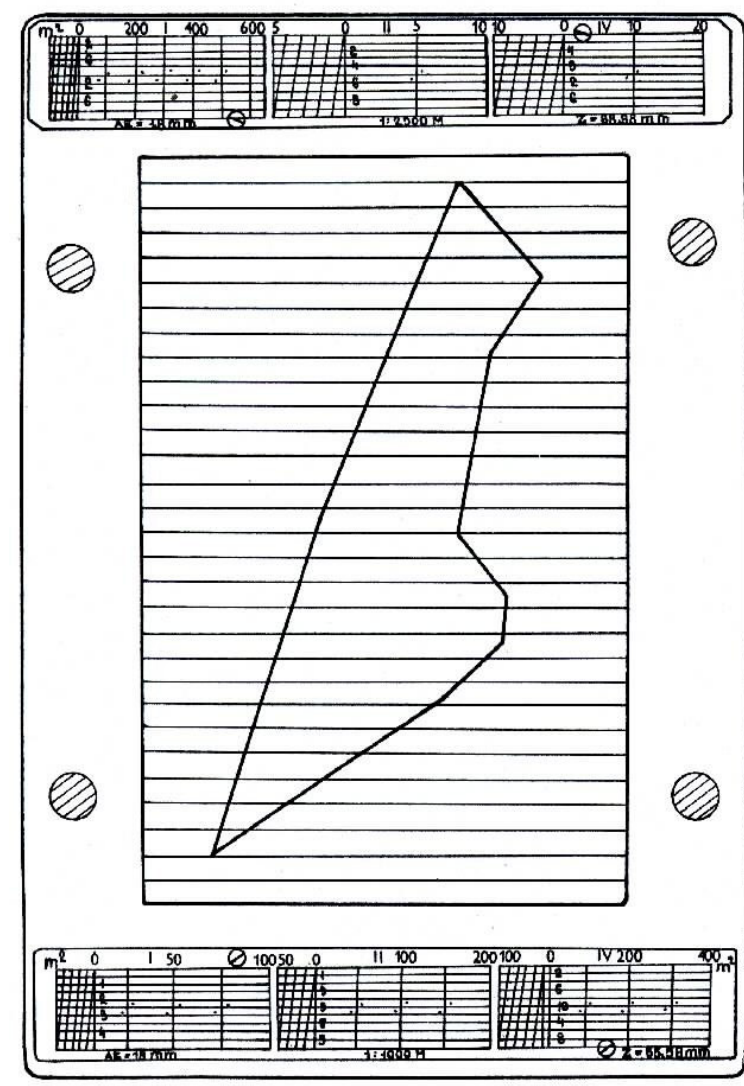
Planimetre rozdeľujeme na planimetre sieťové, tyčkové, polárne a planimetre založené na fyzikálnom spôsobe určovania plôch. Z uvedených druhov planimetrov sa stručne zoznámime s najjednoduchšími a to sieťovými a polárnymi planimetrami.

11.3.2.1 Sieťové planimetre



Štvorcový sieťový planimeter predstavuje transparentný milimetrový papier (u ktorého poznáme jeho deformáciu). Sieť položíme na zobrazený obrazec a postupne spočítame celé cm^2 , celé mm^2 a nakoniec spočítame zvyšky príľahlých mm^2 (obr. 11.6). Plochu meriame dvakrát, pri druhom určovaní plochy zmeníme polohu siete.

Obr. 11.6. Štvorcový sieťový planimeter



Nitkový planimeter (obr. 11.7) tvorí masívny kovový rám so sieťou jemných vlákien. Vlákna sú od seba vzdialené na rovnakú hodnotu ($AE = 1,8 \text{ mm}$). Kvôli orientácii na pásach, každé štvrté vlákno je čierne.

Nitkový planimeter postavíme na obraz n -uholníka tak, aby sa okrajové body dotýkali tých vlákien, medzi ktorými budeme určovať plochu. Sieť vlákien nám rozdelí celý obrazec na lichobežníky, ktoré majú rovnakú výšku v . Plochu určíme tak, že pre tieto pravidelné lichobežníky určíme stredné priečky s_1, s_2, \dots, s_n .

Plochu vyjadruje rovnica:

$$P = (s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n)v = v \sum s. \quad (11.8)$$

Obr. 11.7. Nitkový planimeter a súčtové kružidlo

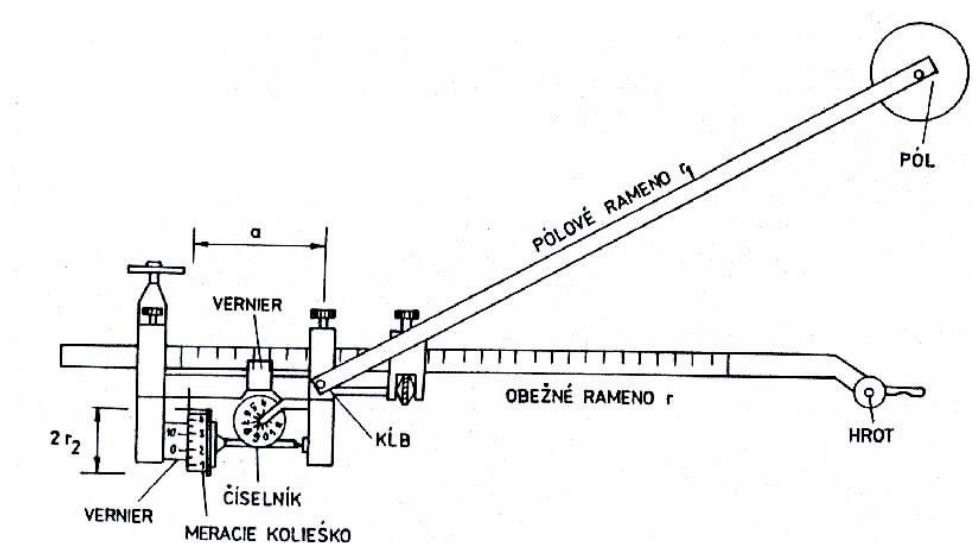
Súčet stredných priečok určíme súčtovým kružidlom (obr. 11.7 hore). Ak nastavíme napr. rázvor kružidla na 55 mm a $v = 1,8 \text{ mm}$, potom nasčítanej hodnote stredných priečok do plného rázvoru kružidla zodpovedá v mierke $1:1000$ 100 m^2 . Pri určovaní plochy registrujeme plné rázvary kružidla a neúplnému rázvoru kružidla prisúdime plochu podľa transverzálneho meradielka, ktoré je umiestnené na okraji nitkového planimetra.

Určovanie plôch nitkovým planimetrom je veľmi presné. Nevýhodou tejto metódy je, že použitím odpichovacieho kružidla sa poškodzuje mapový podklad. Preto v poslednom období sa nitkový

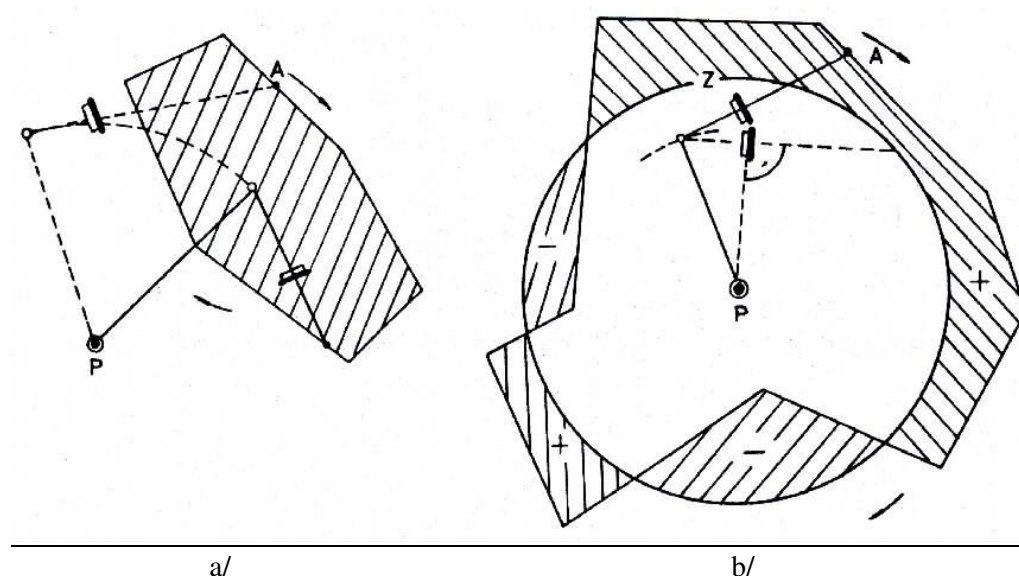
planimeter nahradzuje osnovou čiar nanesenou na nezrážanlivom celuloidovom páse fotografickou cestou.

11.3.2.2 Polárne planimetre

Polárny planimeter je mechanická pomôcka, ktorou určujeme plochu obrazca na mape tak, že hrotom planimetra obídeme odvod obrazca. Pri tomto pohybe sa odvaľuje koliesko planimetra. Plocha je funkciou dráhy odvalenej kolieskom planimetra a je v určitom vzťahu ku konštrukcii prístroja a mierke mapy. Podľa konštrukcie polárne planimetre rozdeľujeme na mechanické a digitálne.



Obr. 11.8. Polárny planimeter



Obr. 11.9. Meranie plochy polárnym planimetrom

a/ pól mimo obrazca, b/ pól vo vnútri obrazca

Konštrukcia polárneho planimetra

Polárny planimeter (obr. 11.8) sa skladá z dvoch vzájomne sklbených ramien r a r_1 .

Rameno r nazývame obežným ramenom. Na konci má hrot, pomocou ktorého obchádzame obvod obrazca. Na tomto ramene je umiestnené aj meracie koliesko, ktorého rovina je kolmá na smer ramena r . Druhé rameno r_1 nazývame pólovým ramenom. Zakončené je pólom, okolo ktorého otáčame celý prístroj. Pól môžeme zapichnúť do mapy, alebo ho vkladáme do závažia s kĺbom.

Plochu obrazca určíme tak, že hrotom pohyblivého ramena obídeme odvod obrazca a dĺžku dráhy, ktorú meracie koliesko odvalilo, určíme z rozdielu čítaní na číselníku pri dvoch súhlasných prechodoch hrotu tým istým bodom obrazca. Podľa veľkosti plochy určovaného obrazca meriame:

- s pólom mimo obrazca (obr. 11.9a),
- s pólom vo vnútri obrazca (obr. 11.9b).

Plochu obrazca pri planimetrovaní s pólom mimo obrazca určíme podľa rovnice:

$$P = n p_0 , \quad (11.9)$$

kde $n = n_2 - n_1$ je dĺžka odvalenej dráhy medzi dvoma prechodmi tým istým bodom v uzavretom obrazci,

p_0 je hodnota plošnej jednotky čítacieho verniera (jednotková plocha 2m^2 , 8m^2 , 32m^2 atď.), ktorá vyplýva z dĺžky pohyblivého ramena a mierky mapy.

Plochu obrazca pri póle vnútri obrazca vyjadruje vzorec:

$$P = n p_0 + C , \quad (11.10)$$

kde $C = k^2 \pi = \text{konšt.}$ Konštanta C závisí od dĺžky obežného ramena r , dĺžky pólového ramena r_1 a vzdialenosti roviny meracieho kolieska od kĺbu. C predstavuje tzv. základnú kružnicu, keď hrot obchádza túto kružnicu, koliesko sa neodvalí, pretože v jeho rovine sa nachádza pól.

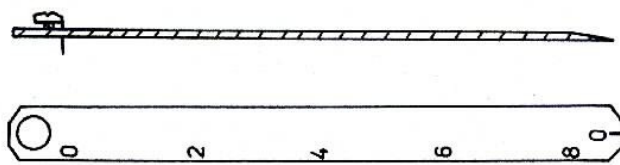
Určenie konštánt polárneho planimetra

Konštanty p_0 a C vyplývajú z konštrukčných rozmerov polárneho planimetra a mierky mapy. Určujeme ich nepriamo s použitím sprostredkujúcich veličín, ktorými sú známe plochy porovnávacích obrazcov. Po splanimetrovaní známej plochy P konštantu p_0 určíme zo vzťahu:

$$p_0 = \frac{P}{n} . \quad (11.11)$$

Porovnávaciu plochu získame nakreslením vhodného obrazca, alebo použitím kontrolného lineára (obr. 11.10), ktorým výrobca dopĺňa výstroj každého planimetra. Je to úzky kovový lineár, na jednom konci má hrot ihly a jeho druhý skosený koniec má čiarkový index. Na povrchu lineára sú jamky s 2 cm odstupmi pre hrot planimetra (napr. polárny planimeter firmy MOM). Obežné rameno upravíme na dĺžku, ktorá zodpovedá príslušnej mierke (pri mierkach 1:1000, 1:2000, 1:2500 a 1:5000 je $r = 131,5 \text{ mm}$). Hrot polárneho planimetra nasadíme do jamky (napr. $r = 8 \text{ cm}$) a polárnym planimetrom od značky opíšeme kružnicu ($P' = 201,06\text{cm}^2$). Na meracom bubienku sa nám odvalí údaj $n = 2512$, z ktorého konštanta p_0 v mierke 1:1000 má hodnotu:

$$p_0 = \frac{P}{n} = \frac{20106 \text{ m}^2}{2514} = 8 \text{ m}^2 . \quad (11.12)$$



Obr. 11.10. Kontrolný lineár

V mierke 1:2000 $p_0 = 32 \text{ m}^2$, 1:2500 $p_0 = 50 \text{ m}^2$, 1:5000 $p_0 = 200 \text{ m}^2$. Určené konštanty porovnávame s danými konštantami. V prípade rozdielov po viacnásobnom kontrolnom určení p_0 prijímame nové hodnoty konštánt pre ďalšie určovanie plôch polárnym planimetrom.

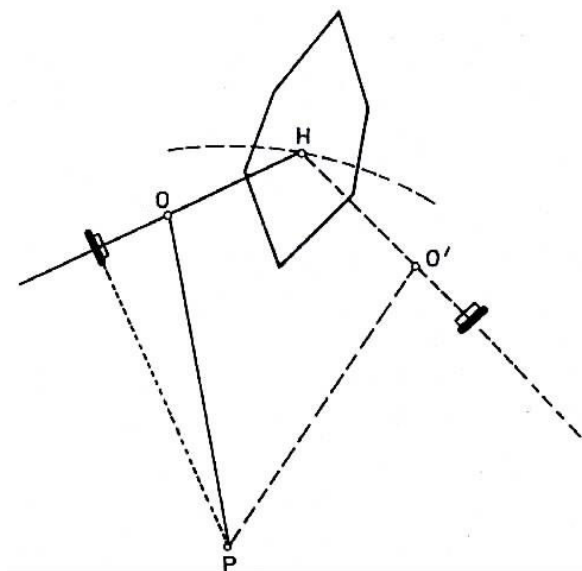
Po určení konštanty p_0 určíme aj konštantu C tak, že za porovnávaciu plochu použijeme narysovanú kružnicu. Zvolíme ju v takej veľkosti, aby nám umožnila meranie s pólom vo vnútri kružnice. Po určení údaj n na meracom bubienku, pri polomere r porovnávacej kružnice, konštantu C určíme podľa rovnice:

$$C = r^2 \pi - n p_0, \quad (11.13)$$

ktorý vyplýva z rovnice (11.10).

Postup pri planimetrovaní

Spravidla planimetrujeme s pólom mimo obrazca. Dĺžku obežného ramena r upravíme na vyžadovanú hodnotu podľa mierky mapy. Hrot obežného ramena postavíme približne do stredu (ťažiska) obrazca. Pólové rameno priložíme tak, aby rovina meracieho kolieska prechádzala pólom (obr. 11.11). Hrot planimetra postavíme na zreteľný lomový bod. V tejto polohe čítame polohu meracieho kolieska n_1 . Hrot pohyblivého ramena vedieme po celom obvode až do východiskového bodu, kde čítame údaj n_2 .



Pre plochu platí:

$$P = (n_2 - n_1) p_0 = n p_0.$$

Na zvýšenie presnosti a zníženie účinku chýb prístroja odporúča sa obvod obrazca odmerať niekoľkokrát (najmenej dvakrát) v oboch smeroch a do výpočtu za hodnotu n použiť strednú hodnotu z vykonaných meraní.

Ďalšie spresnenie môžeme docieľiť využitím tzv. kompenzačnej polohy planimetra, kedy pól umiestnime z druhej strany pohyblivého ramena (obr. 11.11 čiarkovane vyznačená poloha planimetra). Použitím oboch polôh kompenzujeme (vylučujeme) systematickú chybu planimetra, ktorá vyplýva z toho, že os meracieho kolieska nie je celkom presne rovnobežná s pohyblivým ramenom, resp. rovina meracieho kolieska nie je presne kolmá na pohyblivé rameno.

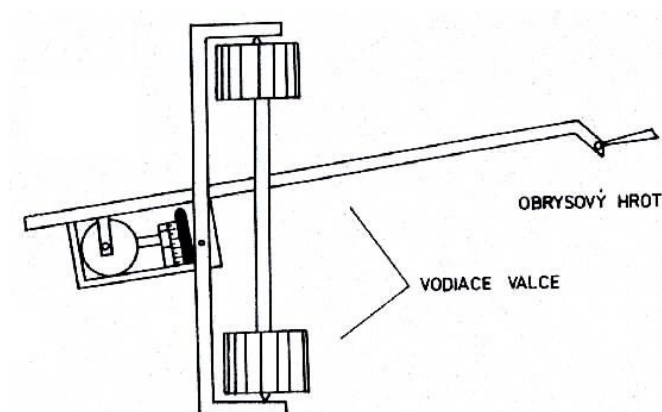
Obr. 11.11. Poloha planimetra pri meraní

V kompenzačnej polohe vykonáme taký istý počet meraní ako v I. polohe a výslednú plochu určíme priemerom planimetrovaní v oboch polohách prístroja:

$$P = \frac{P_I + P_{II}}{2}. \quad (11.14)$$

11.3.2.3 Presné polárne planimetre

Nedostatkem jednoduchých polárnych planimetrov je, že sa meracie koliesko odvažuje po mape, ktorá aj keď je zdanlivo rovná, nemá homogénny povrch. Nerovnomerný povrch vzniká pri technologických procesoch na mape, ako napr. kresba lineamentu a jeho zafarbenie, ako aj pri všetkých mechanických zásahoch a dotykoch spojených s používaním mapy.



Tieto nedostatky sa nevyskytujú pri valivých planimetroch, ktoré nemajú pól a pohybujú sa na vrúbkovaných valcoch (obr. 11.12). Osobitnú konštrukciu majú doskové planimetre, u ktorých sa meracie koliesko pohybuje po zvláštnej, pre tento účel upravenej doske pripevnenej na prístroji. Podrobnosti o konštrukcii a technológii merania týmito prístrojmi uvádza príslušná odborná literatúra.

Obr. 11.12. Schéma valivého planimetra

Technológia merania presnými planimetrami sa však prakticky nelíši od merania jednoduchými polárnymi planimetrami. Plochy je možné merať aj pomocou digitálnych planimetrov (obr. 11.13).

Digitálne planimetre umožňujú meranie: plôch, dĺžok, polomerov a súradníc. Pohyb planimetra po meranej ploche je valivý vo zvislom smere v rozsahu 380 mm, v horizontálnom smere bez obmedzenia (planimeter X-PLAN). Pri meraní plôch, ak sú strany meraného obrazca priame nastavujeme meráciu značku na lomový bod a registrujeme súradnice meraného bodu (bodový režim). Krivkové časti obrazca je možné merať manuálnym sledovaním krivky oblúka meracou značkou (priebežný režim) alebo meraním oblúka krajnými bodmi a tretím ľubovoľným bodom na oblúku (oblúkový režim). Režimy merania je možné podľa potreby ľubovoľne spájať. Planimeter si pamätá východiskový bod obrazca. Pri návrate na tento bod sa meranie automaticky ukončí.

Po zosnímaní planimetrovanej plochy sa na digitálnom displeji indikuje plocha. Presnosť merania overená na testovacej ploche je 0,1 % plochy.



Obr. 11.13. Digitálny planimeter

11.4 POŽIADAVKY NA PRESNOSŤ ODMERANIA PLÔCH

Výmery parciel sa počítajú analyticky z pravouhlých súradníc lomových bodov hraníc, vypočítaných z priamo odmeraných prvkov. Môžu sa určovať tiež z odmeraných súradníc z originálu mapy polohopisu. Lomové body sa odmeriavajú dvakrát, s krajinou odchýlkou 0,25 mm medzi dvoma

odsunutými hodnotami. Namiesto jedného odsunutia súradníc sa môže plocha určiť planimetrom pomocou nitkového planimetra.

Stredné chyby výmier a krajné odchýlky medzi dvoma spôsobmi určenia plochy, pre Základnú mapu SR veľkej mierky, sú uvedené v tab. 11.1.

Stredné chyby a krajné odchýlky výmier

Tabuľka 11.1

Mierka mapy	Stredná chyba výmery [m ²]		Krajné odchýlky medzi [m ²]	
	pri analytickom výpočte zo súradníc	pri analytickom výpočte z odmeraných súradníc	analytickým určením a planimetrom	opakovaným planimetrom
1:1000	$0,17 \sqrt{P}$	$(0,18 \sqrt{P} + 1)$	$(0,25 \sqrt{P} + 2)$	$(0,20 \sqrt{P} + 3)$
1:2000	$0,17 \sqrt{P}$	$(0,35 \sqrt{P} + 2)$	$(0,50 \sqrt{P} + 4)$	$(0,40 \sqrt{P} + 6)$
1:5000	$0,28 \sqrt{P}$	$(0,79 \sqrt{P} + 4)$	$(1,20 \sqrt{P} + 10)$	$(1,05 \sqrt{P} + 14)$
V tabuľke P je výmera v m ²				

Určovanie plôch pri jednorazovom planimetrom nám poskytne presnosť vyjadrenú pomernou chybou:

- pri jednoduchom polárnom planimetri $\gamma = 1/500$, t.j. 2 ‰,
- pri presnom (valivom, digitálnom) planimetri $\gamma = 1/3000$, t.j. 0,3 ‰.

Polárne planimetre používame pri určovaní plôch, u ktorých nároky na presnosť ich určenia sú v súlade s doasiahnuteľnou presnosťou použitého planimetra.

11.5 URČOVANIE OBJEMOV

S určovaním objemov (kubatúr) zemných prác stretávame sa takmer pri každom projektovaní a budovaní stavebných diel. Objemy určujeme rôznymi metódami, ktoré rozdeľujeme podľa druhu a rozmerov objektov a podľa geodetických podkladov, ktoré máme k dispozícii. Medzi ne patrí výpočet: objemov z profilov, podľa výsledkov plošnej nivelácie, z vrstevnicovej mapy a rozdelením na geometrické telesá.

11.5.1 Výpočet objemu z profilov

Výpočet objemu zemných prác z profilov aplikujeme hlavne pri líniových stavbách, kde sa striedajú výkopy a násypy.

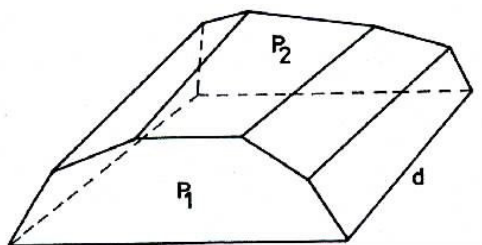
Po vytýčení osi stavby zameriame terén priečnymi profilmi, ktoré volíme v okrúhlych vzdialenostiach (20 m, 30 m, alebo 50 m) a tiež v miestach, kde sú väčšie zlomy v teréne. Priečne profily môžeme získať tiež kartometricky odsunutím z plohopisnej a výškopisnej mapy, do ktorej vykreslíme osovú osu priečných profilov. Pozdĺž čiar priečných profilov od osi stavby, odmeriavame staničenie a výšky napr. priesečnice profilu s jednotlivými vrstevnicami. Plochu obrazca vymedzenú profilom terénu a vzorovým profilom (obr. 11.3) vypočítame analyticky, alebo určíme planimetricky po vynesení oboch profilov na milimetrový papier vo vhodnej mierke.

Ak plochy určené z jednotlivých priečných profilov sú približne rovnako veľké a os zemného telesa je priamočiara (obr. 11.14), objem dielčieho telesa vypočítame podľa rovnice:

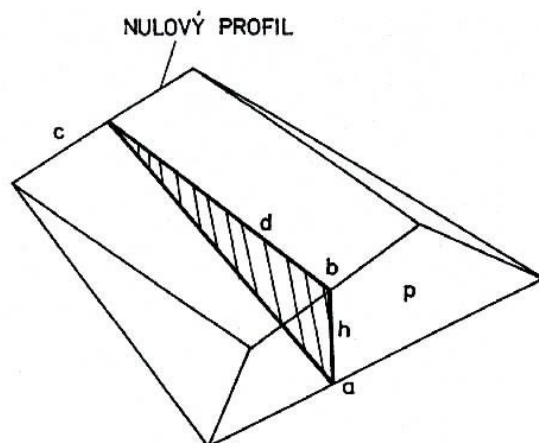
$$V = d \frac{P_1 + P_2}{2}, \quad (11.15)$$

kde P_1 a P_2 sú profilové plochy,

d je vzdialenosť medzi profilovými plochami.



Obr. 11.14. Výpočet objemu z priečných profilov



Obr. 11.15. Výpočet objemu klinu

Presnejšiu hodnotu objemu určíme Simpsonovým vzorcom:

$$V = \frac{d}{6} (P_1 + 4P_s + P_2), \quad (11.16)$$

kde P_s je plocha uprostred a určí sa z rovnice:

$$P_s = \left(\frac{\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2}}{2} \right)^2. \quad (11.17)$$

Uvedené rovnice platia aj pre trasu v kružnicovom oblúku, keď profily sú vedené v normále k oblúku.

Objem tvarovo pretiahnutých násypových alebo výkopových telies s rozličnými priečnymi profilmi v rovnakých odstupoch d môžeme určovať po častiach podľa rovníc (11.15) a (11.16), alebo použijeme celkový vzťah:

$$V = \frac{d}{2} (P_Z + 2nP_\Delta + P_K), \quad (11.18)$$

kde P_Z je prvá a P_K posledná profilová plocha, P_Δ je aritmetický priemer z počtu n medzi nimi ležiacich profilových plôch.

Osobitný prípad určenia objemu zemného telesa je medzi koncovými (nulovými) profilmi a priľahlými profilmi (obr. 11.15). Teleso v tomto prípade má tvar klinu, v ktorom nulový profil je hranou.

Objem telesa určíme podľa rovnice:

$$V = \frac{d}{2} \frac{a + b + c}{3}. \quad (11.19)$$

V rovnici (11.19), ak nepoznáme výšku h , môžeme ju nahradiť z rovnice plochy lichobežníka:

$$P = \frac{h}{2} (a + b), \quad (11.20)$$

z toho

$$h = \frac{2P}{a+b}.$$

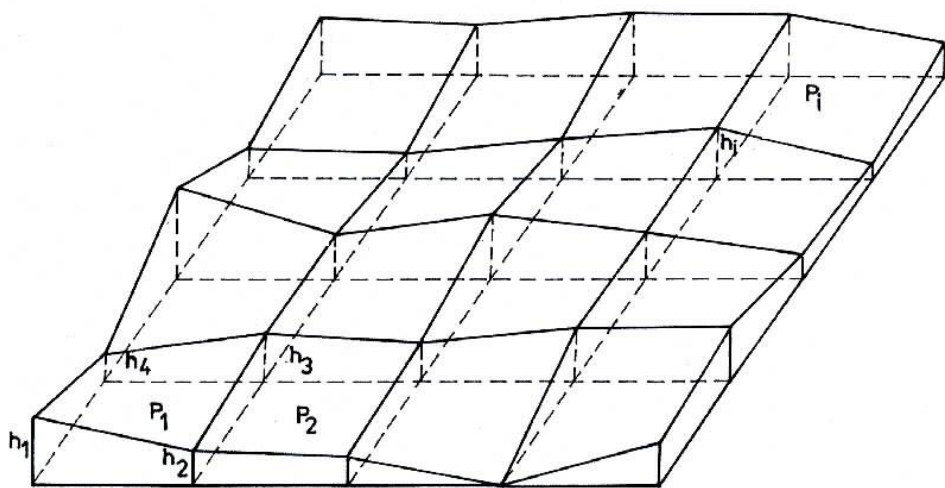
Po dosadení h do rovnice (11.19) a úprave dostaneme:

$$V = \frac{dP}{3} \left(1 + \frac{c}{a+b} \right). \quad (11.21)$$

11.5.2 Výpočet objemu podľa výsledkov plošnej nivelácie

Používa sa pri plošných úpravách terénu, napr. stavby železničnej stanice, letiska, ihriska a pod., kde územie je výškovo zamerané štvoruholníkovou sieťou, alebo sa zameralo plošnou niveláciou podľa polohopisu mapy.

Do rohov štvoruholníkovej siete zaznamenáme rozdiely výšok pôvodného terénu a navrhovanej úpravy h_i (obr. 11.16). Objem celej zemnej úpravy sa určí ako súčet objemov jednotlivých hranolov, ktorých podstava P_i v $[m^2]$ je známa z rozmeru štvoruholníkovej siete, a ktorých hranami sú výškové rozdiely h_i .



Obr. 11.16. Výpočet objemu podľa výsledkov plošnej nivelácie

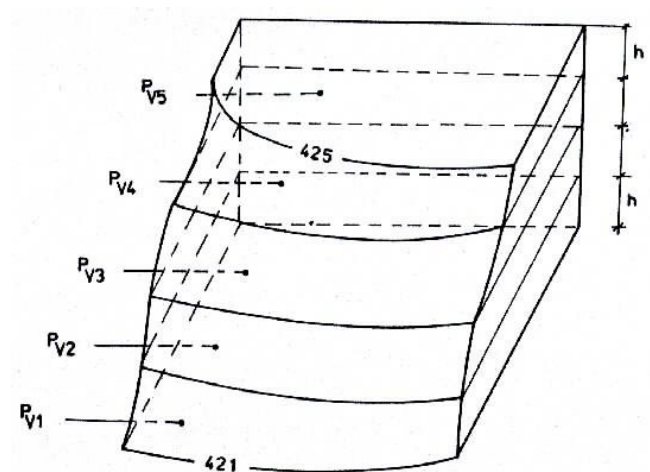
Objem nad plochou P_i vypočítame podľa rovnice:

$$V_i = P_i \frac{\sum h}{4}. \quad (11.22)$$

Ak sa plošná nivelácia vykonala na podklade polohopisu mapy, vhodným spojením odmeraných bodov rozdelíme celú plochu na trojuholníky. Vo vrcholoch trojuholníkov určíme rozdiely medzi pôvodnou výškou terénu a navrhovanou úpravou. Plochy P_i takto vzniknutých trojuholníkov (ako napr. na obr. 11.2) určíme z odsunutých mier alebo planimetromi. Objem čiastkového obrazca vypočítame analogicky podľa rovnice (11.22).

11.5.3 Výpočet objemu podľa priebehu vrstevníc

Určenie objemu podľa priebehu vrstevníc sa využíva pri určovaní objemov veľkých zemných telies. Takéto telesá si predstavujeme akoby rozrezané jednotlivými vrstevnicovými plochami (obr. 11.17).



Obr. 11.7. Výpočet objemu z vrstveníc

Objem jednej vrstvy sa určí analogicky rovniciam (11.15) a (11.16):

$$V_1 = h \frac{P_1 + P_2}{2}, \quad (11.23)$$

alebo presnejšie použitím Simpsonovho vzorca:

$$V_1 = \frac{h}{6} (P_1 + 4P_S + P_2), \quad (11.24)$$

kde P_S je plocha vymedzená strednou vrstevnicou.

Napokon celkový objem je:

$$V = V. \quad (11.25)$$

Pri výpočte sa môžu vyskytnúť aj malé objemové zvyšky, ktorých výška h je menšia ako je daná výška vrstvy. Objem takejto časti telesa vypočítame podľa približného vzorca:

$$V_i = \frac{P_i}{2} \Delta h, \quad (11.26)$$

kde P_i je plocha základne zvyškového telesa.

11.5.4 Výpočet objemu rozložením zemného telesa na pravidelné geometrické telesá

Táto metóda sa používa na stavbách, napr. pri výpočte skládky materiálu. Buldozénom sa upraví skládka do tvaru geometrického telesa, ktorého rozmery odmeriame a objem sa vypočíta podľa príslušných vzorcov.

Objem stavebných jám, priekop s konštantným priečnym profilom atď., môžeme taktiež určiť rozložením na pravidelné geometrické telesá. Celkový objem telesa sa potom určí súčtom objemov jednotlivých telies.

11.6 PRESNOSŤ VÝPOČTU OBJEMOV

Pri určovaní objemového elementu nepravidelného telesa pomocou vpredu uvedených vzťahov, počítame objem príslušného aproximujúceho telesa, ktorým nahradíme skutočný tvar a rozmer objemového elementu. Keď na výpočet objemu telesa použijeme napr. rovnicu (11.15) alebo (11.26)

atď., automaticky tým nahradíme všeobecné teleso geometrickým telesom. Toto aproximujúce geometrické teleso, pokiaľ ide o objem, nie je totožné so všeobecným telesom, ich rozdiel predstavuje tzv. chybu z aproximácie objemu všeobecného telesa. Ďalšími zdrojmi chýb pri určení objemu telesa sú chyby v určovaní plôch a vzdialenosti medzi týmito plochami. Celkovú presnosť určenia objemu všeobecného telesa môžeme charakterizovať strednou chybou

$$m_V = \sqrt{m_{Va}^2 + m_{Vm}^2} , \quad (11.27)$$

kde zložka m_{Va} charakterizuje presnosť objemu z aproximácie a

m_{Vm} presnosť objemu z určenia plôch a vzdialenosti medzi nimi d resp. h .

Zložka m_{Va} závisí od použitého vzťahu na výpočet, od veľkosti vzdialenosti medzi plochami, od morfológického tvaru obalových plôch (sypaný materiál, ornica, lúka a pod.). Zložka m_{Va} bude tým menšia, čím menšia bude vzdialenosť medzi určujúcimi plochami a čím pravidelnejšie a hladšie budú obaľujúce plochy objektu.

Zložka m_{Vm} závisí od počtu plôch a ich veľkosti, od vzdialenosti medzi plochami, od presnosti určenia plôch a od použitého výpočtového vzťahu.