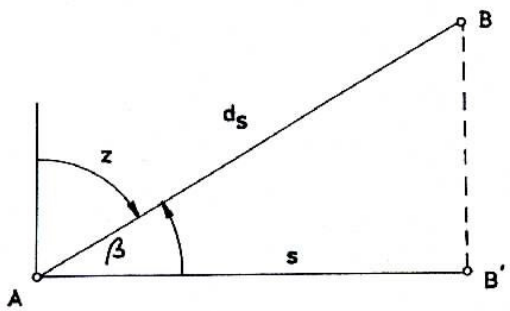


5. MERANIE DĹŽOK

Meranie dĺžok predstavuje v geodézii druhý základný výkon. Uskutočňuje sa rôznymi spôsobmi a meračskými pomôckami.

Pod označením **dĺžka** s (napr. polygórovej strany, meračskej priamky a pod.) rozumieme **vodorovnú dĺžku** medzi dvoma bodmi (priemet úsečky AB do vodorovnej roviny, obr. 5.1).



Obr. 5.1. Redukcia dĺžky

Ak sa pri niektorých metódach merania určí šikmá dĺžka d_s , výpočtom sa určí vodorovná dĺžka s podľa vzorca:

$$s = d_s \cos \beta = d_s \sin z. \quad (5.1)$$

Podstatou merania dĺžok je porovnávanie určovanej dĺžky s dĺžkovým normálom – metrom a vyjadruje sa v jednotkách tohoto normálu.

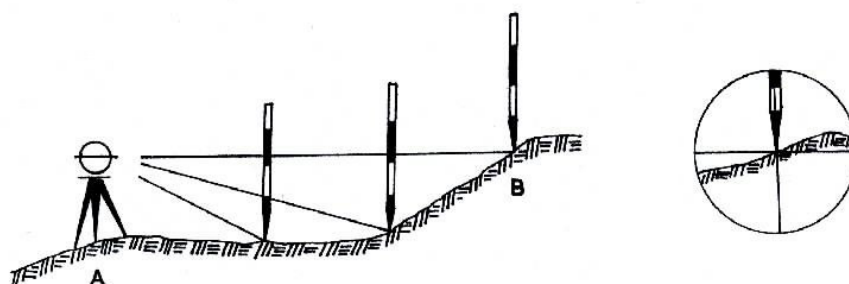
Podľa toho, čo sa meria pri určovaní dĺžky, rozoznávame:

- priame meranie dĺžok (meria sa bezprostredne dĺžka),
- nepriame meranie dĺžok (meria sa uhol, alebo latové úseky, s ktorými je určovaná dĺžka v známom matematickom vzťahu).

5.1 PRIAME MERANIE DĹŽOK

Priame meranie dĺžok predstavuje taký spôsob merania, pri ktorom sa priraduje k sebe do priamky jedno alebo viac meradiel správneho rozmeru. Ako meradlá pri terénnych prácach sa používajú: meračské laty, meračské pásma a meračské drôty.

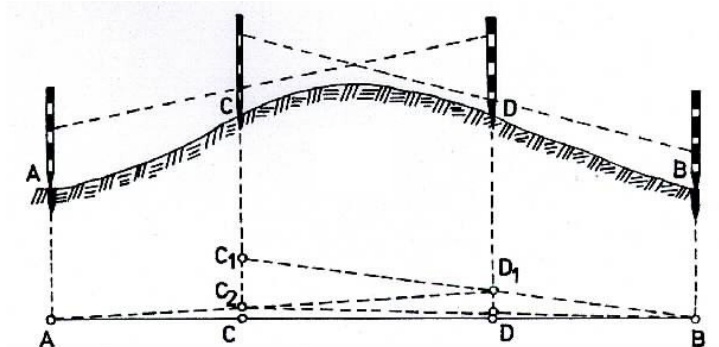
Priamemu meraniu dĺžok predchádza vytýčenie priamky. Koncové body priamky signalizujeme výtyčkami a vytýčime ďalšie medziľahlé body na spojnici v odstupoch 60 až 70 m. V rovinnom území pri $s \leq 200$ m sa medziľahlé body vytýčia vizuálne ("od oka") pomocou výtyčiek. Pri $s > 200$ m a v členitom teréne vytýčime priamku teodolitom. Na jednom z koncových bodov sa zcentruje a zhorizontuje teodolit, zacieli sa na druhý koncový bod a svorkou sa upevní vodorovný kruh. Medziľahlý bod je vytýčený vtedy, ak sa obraz výtyčky stotožní so zvislou ryskou zámerného kríža (obr. 5.2).



Obr. 5.2. Vytýčenie priamky teodolitom

Vytýčený bod stabilizujeme spravidla dreveným kolíkom. Po zatlačení kolíka kontrolujeme jeho vytýčenie, ktoré sa podľa potreby opraví resp. spresní zatlačením klinčeka do hlavy kolíka. Ak pri

vytyčovanie nie je vidieť na hrot výtyčky, zaistíme jej zvislosť napr. uchopením dvoma prstami nad ťažiskom a výtyčku mierne zdvihneme nad terén.



Obr. 5.3. Vytýčenie priamky postupným približovaním

Keď pre prekážku nie je vidieť z jedného koncového bodu na druhý, medziľahlé body na priamke vytýčime postupným približovaním podľa obr. 5.3. Zo zvoleného bodu C_1 zaradíme do priamky $\overrightarrow{C_1B}$ bod D_1 , z bodu D_1 zaradíme do priamky $\overrightarrow{D_1A}$ bod C_2 . Postup opakujeme až body C a D ležia s dostatočnou presnosťou na priamke \overrightarrow{AB} . Vytýčenie medziľahlých bodov účelne vykonajú dve osoby.

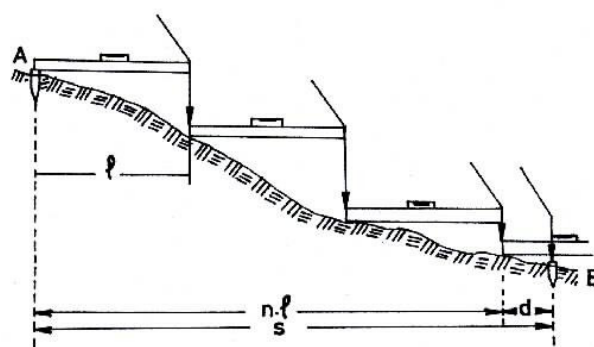
5.1.1 Meranie dĺžok latou

Meranie dĺžok latou sa v geodetickej praxi používa už len zriedkavo. Aplikuje sa vo veľmi členitom teréne pri meraní priečných profilov.

Meračská lata je 3 až 5 m dlhá drevená tyč obdĺžnikového profilu s kovaním na oboch koncoch. Pri meraní jeden koniec zaradenej laty do smeru AB prikladáme k východiskovému bodu, druhý koniec laty olovnicou prevážime na terén a zaistíme meračským klincom (obr. 5.4). Latu preniesieme ďalej, priložíme k meračskému klinču a po zaradení do smeru jej druhý koniec prevážime atď.



Obr. 5.4. Meračské klince



Obr. 5.5. Meranie dĺžok latou

Vodorovnú polohu laty kontrolujeme libelou. Dĺžku meriame vždy dolu svahom aj pri opakovanom meraní (obr. 5.5). Celkovú meranú dĺžku predstavuje výraz:

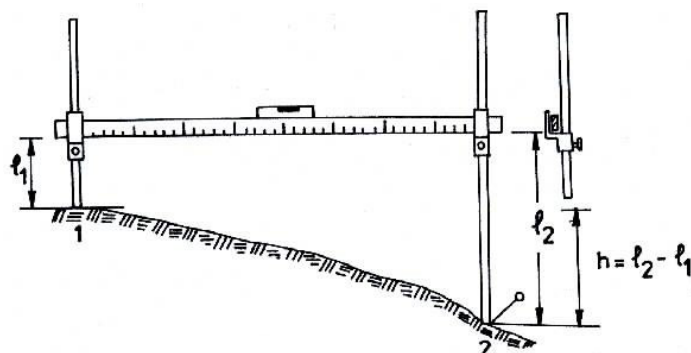
$$s = n l + d, \quad (5.2)$$

kde n je počet položení laty,

l je dĺžka laty,

d je zvyšok odmeraný na koncovom bode.

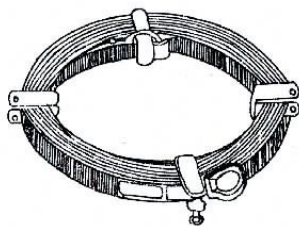
Na meranie priečných profilov sa používa svahomerná súprava (obr. 5.6). Je to meračská lata doplnená s dvoma číslovanými 2 m zvislými latami, na ktorých sa číta prevýšenie. Technológia merania je zrejmä z obr. 5.6.



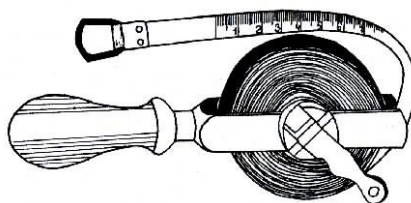
Obr. 5.6. Svahomerná súprava

5.1.2 Meranie dĺžok pásmom

Najpoužívanejšou pomôckou na priame meranie dĺžok je **pásmo**. Vyhotovené je z oceľového pásu v dĺžkach 10, 20, 30 a 50 m. Pásmo sa vyrábajú v dvoch prevedeniach. Pásmo na kruhu (obr. 5.7) má väčší prierez a delenie po 10 cm. Pásmo na vidlici (obr. 5.8) je delené po cm, prvý decimeter má delený po milimetroch. V súčasnom období vyrábané pásma majú v celom rozsahu delenie po milimetroch.



Obr. 5.7. Pásmo na kruhu



Obr. 5.8. Pásmo na vidlici

V elektricky vodivom prostredí používajú sa pásma vyrobené z umelej hmoty (napr. pásmo typu Eslon).

Na veľmi presné dĺžkové merania v oblasti inžiniersko-priemyselných aplikácií geodézie sa používajú invarové pásma, ktoré majú veľmi malý koeficient tepelnej rozťažnosti ($\alpha = 2,5 \mu\text{m}$ na 1 m pri zmene teploty o 1°C) a veľmi presné delenie. Pásmo majú rovnaký vzhľad ako oceľové pásma.

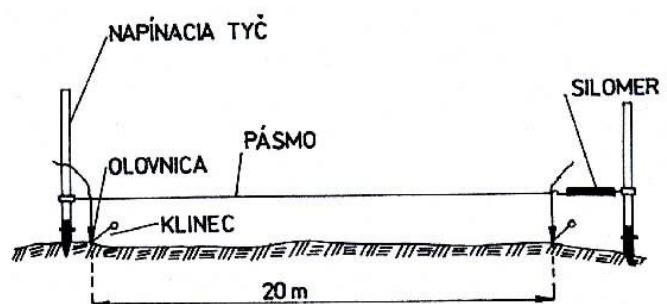
Zásady merania dĺžok pásmom

Pri meraní pásmom je potrebné rešpektovať zásady:

1. Pred meraním vytýčime koncové body priamky a medziľahlé body vo vzdialenostiach medzi sebou do 60 až 70 m.
2. Ak dĺžka $s \leq 200$ m priamku vytýčime vizuálne. Pri dĺžke $s > 200$ m a v členitom teréne priamku vytýčime teodolitom.
3. Každú dĺžku musíme odmerať najmenej dvakrát.

4. Dĺžku meriame i pri opakovanom meraní v smere spádu terénu. Pásmo položíme na východiskovom bode čo najbližšie k terénu a druhý koniec zdvihne do vodorovnej úrovne, zaradíme do smeru meranej dĺžky a koniec pásma (v členitom teréne okružla dĺžka z pásma) prevážime olovnícou a zaistíme meračským klincom (obr. 5.9). Pri druhom položení pásma, postup merania opakujeme. Výslednú dĺžku odvodíme analogicky podľa rovnice (5.2). Pri meraní dĺžky

pásmom na kruhu, pásmo napneme napínacími tyčami, silu napínania kontrolujeme silomerom (obr. 5.9).



Obr. 5.9. Meranie dĺžok pásmom

Na odmeranie kratších dĺžok, napr. dĺžok kolmíc a omerných mier pri podrobnom mapovaní polohopisu používame pásmo na vidlici.

Rozdiely medzi opakovaným meraním dĺžky sa nemajú líšiť o viac, než je prípustné pre daný účel merania. Keď sa merajú dĺžky pri vytyčovaní stavby, nesmú byť prekročené vytyčovacie odchýlky stavebných objektov uvedené v STN 73 0420 až 73 0422.

Dĺžky merané pásmom v polygómovej sieti sa posudzujú podľa Inštrukcie na práce v polohových bodových poliach 984 121 I/93, resp. JŽM (Jednotná železničná mapa staníc a tratí – Predpis M 20/1). Krajné odchýlky Δ_s medzi dvoma hodnotami odmeranej dĺžky sú pre:

Podrobné bodové pole podľa inštrukcie 984 121 I/93:

$$\Delta_s = 0,25(0,02 + 0,01 \sqrt{s}) \quad \text{polygóny 3. triedy presnosti } m_{xy} = 0,06 \text{ m,}$$

JŽM - pri použití elektronického diaľkomera:

$$\Delta_s = 2,8 m_s, \text{ kde } m_s \text{ je presnosť elektronického diaľkomera,}$$

- pri použití dvojobrazového diaľkomera alebo pri paralaktickom meraní dĺžok

$$\Delta_s = 0,006 \sqrt{s}.$$

Pri vyčíslňovaní odchýlok za s dosadzujeme dĺžku v metroch.

Keď nie sú príslušné odchýlky prekročené, vypočíta sa aritmetický priemer z oboch hodnôt odmeranej dĺžky. Ak rozdiel medzi odmeranými údajmi prekračuje odchýlku Δ_s , odmeria sa nová dvojica dĺžok.

Krajné odchýlky odmeraných dĺžok.

Tabuľka 5.1

s [m]	984 121 I/93	J Ž M
	Δ_s [m]	
	$0,25(0,02 + 0,01 \sqrt{s})$	$0,006 \sqrt{s}$
40	0,02	0,04
60	0,02	0,05
80	0,02	0,05
100	0,03	0,06
120	0,03	0,07
140	0,03	0,07

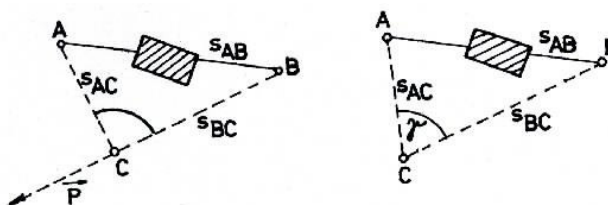
160	0,04	0,08
180	0,04	0,08
200	0,04	0,08

5.1.3 Meranie dĺžky cez prekážky

Prekážky na teréne, ako je porast, budovy, voda atď., často znemožnia odmerať dĺžku AB (ďalej dĺžku medzi dvoma bodmi budeme zapisovať s_{AB}) po jej spojnici. V takom prípade sa dĺžka určí tak, že sa začlení do jednoduchého obrazca a podľa vzťahu rovinnej geometrie sa odvodí jej dĺžková hodnota. V praxi sa rieši takáto úloha najčastejšie trigonometricky alebo rovnobežným posunutím.

Pri trigonometrickom riešení určíme pomocnú polpriamku \vec{p} , prechádzajúcu bodom B tak, aby jej vzdialenosť od druhého bodu bola čo možno najmenšia (obr. 5.10). Na polpriamke \vec{p} vytýčíme bod C , ktorý je päťou kolmice, spustenej z bodu A na pomocnú priamku. Dĺžky s_{AC} a s_{BC} odmeriame pásmom a hľadanú dĺžku s_{AB} vypočítame podľa vzťahu:

$$s_{AB} = \sqrt{s_{AC}^2 + s_{BC}^2} . \quad (5.3)$$



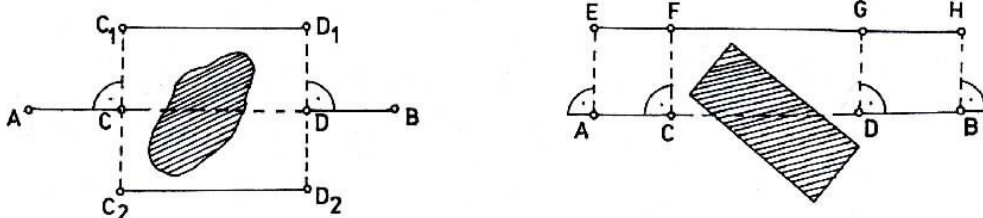
Obr. 5.10. Trigonometrické určenie dĺžky cez prekážku

Ak nie je možné aplikovať pravouhlý trojuholník, dĺžku s_{AB} určíme riešením všeobecného trojuholníka, v ktorom odmeriame dĺžky s_{AC} , s_{BC} a medzi nimi zovretý uhol γ (obr. 5.10 vpravo). Neprístupnú dĺžku s_{AB} vypočítame podľa kosínusovej vety:

$$s_{AB} = \sqrt{s_{AC}^2 + s_{BC}^2 - 2 s_{AC} s_{BC} \cos \gamma} . \quad (5.4)$$

Pri vyčísl'ovaní rovníc (5.3) a (5.4) je potrebné postupovať veľmi obozretne, pretože výpočet je bez počtárskej kontroly.

Riešenie odsadením priamky použijeme vtedy, ak je vidieť z bodu A na bod B , ale dĺžku pre prekážku nie je možné odmerať priamo. V takom prípade pred prekážkou zvolíme pomocné body C a D , v ktorých vytýčíme rovnako dlhé kolmice CC_1 a DD_1 na jednu stranu a pre kontrolu aj kolmice CC_2 a DD_2 na druhú stranu (obr. 5.11). Dĺžku s_{AB} bude predstavovať súčet úsečiek $AC + DB + \frac{1}{2}(C_1D_1 + C_2D_2)$. Iné riešenie je vyznačené na obr. 5.11 vpravo.



Obr. 5.11. Meranie dĺžky cez prekážku odsadením

5.1.4 Presnosť priameho merania dĺžok pásmom

Pri tvorbe podrobného bodového poľa a pri vytyčovaní, napr. dopravných objektov a i., sú vopred určené požiadavky na presnosť merania. Môžeme ich dosiahnuť i pásom, keď sa odstránia systematické chyby merania a náhodné chyby sa udržia v prípustných medziach. Ak poznáme všetky zdroje chýb pri meraní dĺžok pásom, môžeme zvoliť vhodný pracovný postup merania, resp. použiť také pomôcky, ktoré vylúčia vplyv systematických chýb, alebo ich znížia na únosnú mieru.

5.1.4.1 Systematické chyby

K systematickým chybám pri priamom meraní pásom patrí:

1. chyba zo zmeny dĺžky pásma zmenou teploty alebo vlhkosti vzduchu,
2. chyba z nesprávnej dĺžky pásma,
3. chyba z nevodorovnej polohy pásma,
4. chyba z vybočenia pásma zo smeru,
5. chyba z priehybu pásma,
6. chyba z pretiahnutia pásma.

1. Chyba zo zmeny dĺžky pásma spôsobená zmenou teploty alebo zmenou vlhkosti vzduchu

Pásma sa obvykle vyhotovujú z ocele, ktorej koeficient tepelnej rozťažnosti α_t je $11 \cdot 10^{-6} \text{ m/}^\circ\text{C}$. Keď sa meria pásom pri inej teplote než bolo komparované, alebo sa určil jeho rozmer (spravidla pri $t_0 = 20^\circ\text{C}$), mení sa skutočná dĺžka pásma. K rozmeru dĺžky pásma sa potom priraduje oprava zo zmeny teploty:

$$\Delta l_t = \alpha_t (t - t_0) l, \quad (5.5)$$

kde α_t je koeficient rozťažnosti ocele $\alpha_t = 11 \cdot 10^{-6}$,

t je teplota ovzdušia meraná prakovým teplomerom,

l je dĺžka (rozmer) pásma.

2. Chyba z nesprávnej dĺžky pásma

I keď sú pásma po výrobe kontrolované, je potrebné periodicky zisťovať rozdiel medzi nominálnou a skutočnou dĺžkou pásma. STN 25 1157 až 25 1159 vyznačujú povolené tolerancie pri určenej teplote (spravidla 20°C) a sile napínania 100 N:

10 m \pm 2,5 mm	30 m \pm 4,0 mm
20 m \pm 3,5 mm	50 m \pm 6,0 mm.

Výkonu, pri ktorom zisťujeme skutočnú dĺžku pásma, hovoríme **komparácia** pásma.

Komparáciu pásma pomocou súpravy normálnych metrov (dva normálne metre) v terénnych podmienkach vykonáme tak, že napr. na priamom koľajnicovom páse natiahneme pásom silou 100 N. Normálne metre sa potom kladú na dotyk postupne za sebou od nuly na pásme až po jeho koniec, kde sa číta rozdiel medzi koncovým čítaním na pásme a hranou normálneho metra Δp (obr. 5.12). Odchýlka pásma od jeho nominálnej hodnoty sa uvádza spravidla pre teplotu $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Ak teplota v priebehu komparácie bola iná než 20°C , odchýlku pásma od nominálnej hodnoty Δp vyčíslime až po zavedení opravy z teploty k dĺžke pásma a k dĺžkovej rovnici normálneho metra:

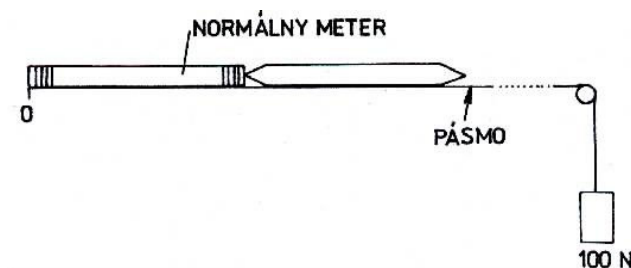
$$\Delta p = \bar{\Delta p} + \Delta l_t - \Delta l_n, \quad (5.6)$$

kde Δl_t je oprava z teploty, u pásma vyčíslená podľa rovnice (5.5)

Δl_n je oprava z teploty pre n -násobok dĺžky normálneho metra, pričom n predstavuje počet kladov normálneho metra.

Teplotu v priebehu komparácie pásma určujeme prakovým teplomerom.

Komparácia pásma sa doporučuje pred začiatkom terénnych prác a po oprave pásma, resp. pred prácami náročnejšími na presnosť odmeraných dĺžok.



Obr. 5.12. Komparácia pásma súpravou normálnych metrov

Ak pásmo má odchýlku od nominálnej hodnoty Δp , k odmeranej dĺžke priradíme opravu z nesprávnej dĺžky pásma:

$$\Delta l_d = \left(n + \frac{l_u}{l_p} \right) \Delta p, \quad (5.7)$$

kde n je počet kladov pásma,

l_u je dĺžka posledného odmeraného úseku

l_p je dĺžka pásma.

3. Chyba z nevodorovnej polohy pásma

Prejavuje sa ako rozdiel medzi dĺžkou odmeraného úseku pásmom a jeho horizontálnym priemetom – tzv. redukovanou dĺžkou l_{red} . Ak poznáme sklon pásma β , napr. pri meraní dĺžok po koľajnicovom páse, redukovaná dĺžka sa rovná:

$$l_{red} = l \cos \beta$$

a pre rozdiel dĺžok dostaneme:

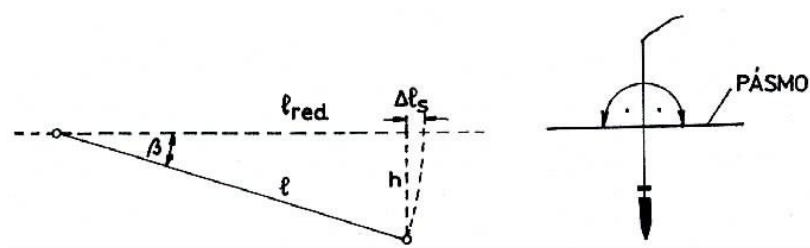
$$\Delta l_s = l - l \cos \beta = l(1 - \cos \beta) = 2l \sin^2 \frac{\beta}{2}. \quad (5.9)$$

Pri známom výškovom rozdiely h s použitím Pytagorovej vety a binomickej vety l_{red} bude:

$$l_{red} = \sqrt{l^2 - h^2} = l \sqrt{1 - \frac{h^2}{l^2}} = l \left(1 - \frac{h^2}{2l^2} \right), \quad (5.10)$$

z toho rozdiel dĺžok:

$$\Delta l_s = l - l \left(1 - \frac{h^2}{2l^2} \right) = \frac{h^2}{2l}.$$



Obr. 5.13. Chyba z nevodorovnej polohy pásma

Výškový rozdiel h oboch koncov pásma pre $\Delta l_s = 10$ mm a pre rôzne dĺžky meraných úsekov pásmom uvádza tab. 5.2.

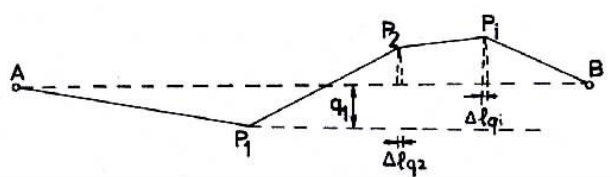
Výškový rozdiel h koncov pásma pre chybu z nevodorovnej polohy pásma $\Delta l_s = 10$ mm. Tabuľka 5.2

s	5 m	10 m	20 m	25 m	30 m	50 m
h [m]	0,32	0,45	0,63	0,71	0,77	1,00

Ako je vidieť z tabuľky 5.2, požiadavky na “vodorovnosť” meraného úseku sú vyššie pri meraní po kratších úsekoch. Vodorovnosť pásma postačí kontrolovať podľa napnutej šnúry olovnice pri pohľade z boku, ako to znázorňuje obr. 5.13 vpravo.

4. Chyba z vybočenia pásma zo smeru

Chyba má rovnaký charakter a veľkosť ako chyba z nevodorovnej polohy pásma, lenže sa prejavuje vo vodorovnej rovine (obr. 5.14). Ak uvažíme, že pri zaradení pásma do spojnice medzi meranými bodmi neurobíme väčšiu chybu ako 50 až 100 mm, chybu môžeme zanedbať.



Obr. 5.14. Chyba z vybočenia pásma zo smeru

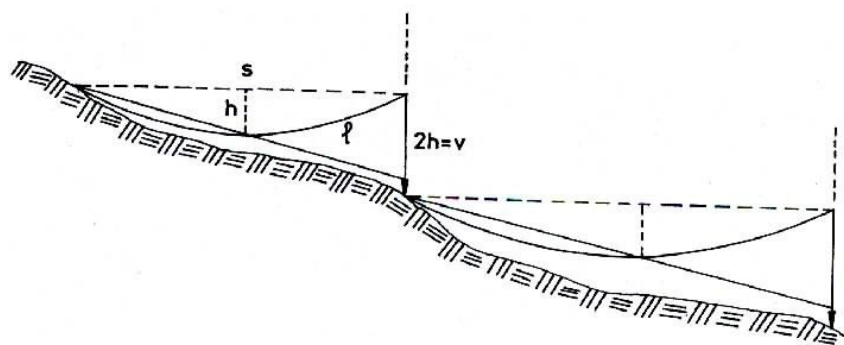
Chyba z nevodorovnej polohy pásma a z vybočenia pásma zo smeru sú systematické chyby náhodnej veľkosti. Ich účinkom sa nameria vždy väčšia dĺžka. K oboch chybám nepriradujeme opravy (oprava by mala záporné znamienko), meranie organizujeme tak, aby účinok chýb na meranú dĺžku bol zanedbateľný.

5. Chyba z priehybu pásma

Účinkom zemskej tiaže pri malom (nesprávnom) napnutí pásma, alebo pôsobením vetra, sa objavuje priehyb pásma. Pri presnejších meraniach oceľovým pásmom a vždy pri meraní pásmom z umelej hmoty (eslonovým pásmom) silu napínania kontrolujeme pružinovým silomerom. Chybu z priehybu pásma, podľa obr. 5.15 a aplikáciou rovnice (5.10), vyjadruje približný vzorec:

$$\Delta l_h = l - s = \frac{(2h)^2}{2l} = \frac{2h^2}{l}, \quad (5.11)$$

v ktorom sme zanedbali rozdiel medzi dĺžkou oblúka a tetivou.



Obr. 5.15. Priehyb pásma

Priehyb pásma h je funkciou tiaže pásma G o dĺžke 1 m , dĺžky pásma l a sily F , ktorou sa pásma napína:

$$h = \frac{Gl^2}{8F} \quad (5.12)$$

Po dosadení h do vzorca (5.11) dostaneme pre opravu z priehybu pásma:

$$\Delta l_h = -\frac{1}{32} \frac{G^2 l^3}{F^2}, \quad (5.13)$$

ktorá s ohľadom na to, že odmeriame dlhšiu vzdialenosť, má záporné znamienko.

Príklad 5.1:

Vypočítajme:

- Aké opravy z priehybu pásma na vidlici typu Kinex (kovové pásma) a Eslon (pásma z umelej hmoty), je potrebné priradiť k odmeraným dĺžkam, ak pásma neležalo na zemi a bolo napínané silou 50, 100 a 150 N pri tiaži 1 m pásma Kinex (K) $G = 0,20\text{ Nm}^{-1}$ a Eslon (Es) $G = 0,085\text{ Nm}^{-1}$.
- Akými optimálnymi silami je potrebné napínať pásma o rôznych dĺžkach, aby chyba z priehybu pásma neprekročila hodnotu 10 mm.

Použitím vzorca (5.12) vypočítame priehyb pásma a podľa rovnice (5.13) opravu z priehybu pásma. Výsledky ad a) sú uvedené v druhom riadku tab. 5.3, výsledky ad b) predstavuje hrubo zarámovaná časť tab. 5.3.

Opravy z priehybu pásma na vidlici typu Kinex a Eslon

Tabuľka 5.3

$l[\text{m}]$	15		20		30		40		50		F
Pásma	K	Es	K	Es	K	Es	K	Es	K	Es	[N]
$h [\text{m}]$	0,11	0,05	0,20	0,09	0,45	0,19	0,81	0,34	1,26	0,53	50
$\Delta l_h [\text{mm}]$	- 2	0	- 4	- 1	- 14	- 2	- 33	- 6	- 64	- 11	
	0,06	0,02	0,10	0,04	0,23	0,10	0,40	0,17	0,63	0,27	100
	0	0	- 1	0	- 3	- 1	- 8	- 1	- 7	- 3	
									0,32	0,13	150

6. Chyba z pretiahnutia pásma

Chyba z pretiahnutia pásma Δl_p vzniká, keď sa pásmo napne väčšou silou než pri akej bolo ciachované alebo komparované. Veľkosť pretiahnutia priamo závisí od dĺžky pásma, napínacej sily a nepriamo na prierezovej ploche pásma A a modulu pružnosti E . Chybu vypočítame podľa vzťahu:

$$\Delta l_p = l \frac{F}{A E} . \quad (5.14)$$

Chyba Δl_p má opačné znamienko než chyba z priehybu pásma (Δl_p je kladné).

Príklad 5.2:

Vypočítajme pretiahnutie oceľového pásma na vidlici (K) a pásma z umelej hmoty (E_s) pre dĺžky a sily napínania uvedené v tab. 5.3 (hrubo zarámované údaje), keď $A = 2,6 \text{ mm}^2$, $E = 210 \text{ kN/mm}^2$, resp. $A = 6 \text{ mm}^2$, $E = 130 \text{ kN/mm}^2$.

Chyba z pretiahnutia pásma

Tabuľka 5.4

$l[\text{m}]$	15		20		30		40		50		F [N]
Pásmo	K	Es	K	Es	K	Es	K	Es	K	Es	
$\Delta l_h[\text{mm}]$	1	1	2	1	3	2	4	3	5	3	50
	3	2	4	3	6	4	8	5	10	6	100
									11	10	150

Keď porovnáme tab. 5.3 a 5.4, vidíme, že pri vhodne zvolených silách napínania u oboch pásiem dochádza ku kompenzácii chyby z pretiahnutia pásma a chyby z prehnutia pásma.

Zvlášť nebezpečná chyba z nepretiahnutia pásma je u eslonového pásma.

5.1.4.2 Náhodné chyby

Medzi náhodné chyby pri meraní dĺžok zaraďujeme chyby z premietnutia konca pásma na terén, chybu z priloženia pásma na začiatku dĺžky, chybu z čítania konca pásma, vplyv kolísania teploty v priebehu merania a iné.

Uvedené chyby môžu byť kladné ale aj záporné. Závisia od svedomitosti práce meračskej skupiny a jej pozornosti, od výšky pásma nad terénom, sklonu terénu, vegetačného krytu atď. U náhodných chýb môžeme predpokladať, že ich úhrnný vplyv bude malý a v každom klade pásma približne rovnaký. Ak označíme chybu 1 m meranej dĺžky μ , podľa zákona hromadenia stredných chýb, úhrnný účinok pôsobenia náhodných chýb na dĺžku l vyjadruje stredná chyba:

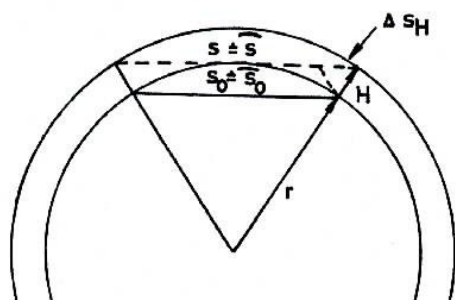
$$m_{nah.} = \mu \sqrt{l} . \quad (3.15)$$

Hodnota μ na popísaný postup merania dĺžok sa udáva hodnotou 0,0035 m až 0,005 m.

5.1.4.3 Opravy k odmeraným dĺžkam

Odmerané veličiny sú zaťažené systematickými a náhodnými chybami. Systematické chyby z výsledkov vylučujeme vhodnou technológiou merania, alebo počtársky priradením opráv

k odmeraným hodnotám. Náhodné chyby sa objektívne vyskytujú v každom meraní, náhodnosť ich výskytu nás oprávňuje vykonať vyrovnanie merania.



Obr. 5.16. Skreslenie dĺžky z nadmorskej výšky

Pri meraní dĺžok, počtársky priradujeme opravy k odmeraným dĺžkam:

a) zo zmeny dĺžky pásma účinkami teploty a vlhkosti vzduchu – rovnica (5.5),

b) z nesprávnej dĺžky pásma – rovnica (5.7).

Technológiou merania môžeme doceliť, že účinky chyby z nevodorovnej polohy pásma a z vybočenia pásma zo smeru budú zanedbateľné a budú mať náhodný charakter. Účelnou voľbou sily napínania sa skompenzuje chyba z priebyhu pásma a z pretiahnutia pásma.

V prípade, že sa odmeraná dĺžka zaraďuje do výpočtu v S-JTSK, priradujeme:

c) opravu zo skreslenia dĺžok z nadmorskej výšky. Pre výpočet súradníc sa uvažuje referenčná plocha o nulovej nadmorskej výške (obr. 5.16).

Pre $s < 5$ km platí: $\hat{s} = s$ a $\hat{s}_0 = s_0$.

Oprava dĺžky z nadmorskej výšky sa vypočíta podľa rovnice:

$$\Delta s_H = -s \frac{H}{r + H} \approx -s \frac{H}{r}, \quad (5.16)$$

kde H je nadmorská výška, r je polomer Zeme ($r = 6380,7$ km).

d) opravu z kartografického zobrazenia.

Štátna trigonometrická sieť sa na Besselovom elipsoide zobrazuje do roviny Křovákovým zobrazením. Kartografickým prevodom zo zakrivenej plochy do roviny vzniká dĺžkové skreslenie. Veľkosť skreslenia môžeme zistiť z diagramu, do ktorého vynesieme súradnice ťažiska záujmovej lokality, kde sa merajú dĺžky. Súradnice uvedené na okraji diagramu sa vzťahujú k juhozápadnému rohu štvorcovej siete. Opravy Δs_k sú uvedené v mm pre 100 m dĺžku. Odmeraná dĺžka sa opraví so znamienkom uvedeným v diagrame (na nasledujúcej strane).

Príklad 5.3:

V blízkosti Žiliny bola meraná dĺžka 30 m oceľovým pásmom na vidlici. Stredná hodnota odmeranej dĺžky je $\bar{s} = 264,580$ m. Meranie sa uskutočnilo pri teplote $+5^\circ\text{C}$ v nadmorskej výške $H = 550$ m s využitím celých dĺžok pásma. Komparáciou pásma pri teplote $t_o = 20^\circ\text{C}$ sa zistilo, že má odchýlku od nominálnej hodnoty $+17$ mm. Je potrebné určiť dĺžku s priradením opráv ad a) až ad d) k strednej hodnote odmeranej dĺžky \bar{s} :

\bar{s}	264,580 m
$\Delta l_t = \alpha_t (t - t_o) l = 11.10^{-6} (5^\circ - 20^\circ\text{C}).265 \text{ m}$	-0,044
$\Delta l_d = \left(n + \frac{l_u}{l_p} \right) \Delta p = \left(8 + \frac{24}{30} \right) 0,017 \text{ m}$	+0,150
$\Delta s_H = -s \frac{H}{r} = -265 \text{ m} \frac{0,55}{6381}$	-0,023

$$\Delta s_k = -7.2,65 \text{ mm}$$

$$\underline{-0,019}$$

$$s =$$

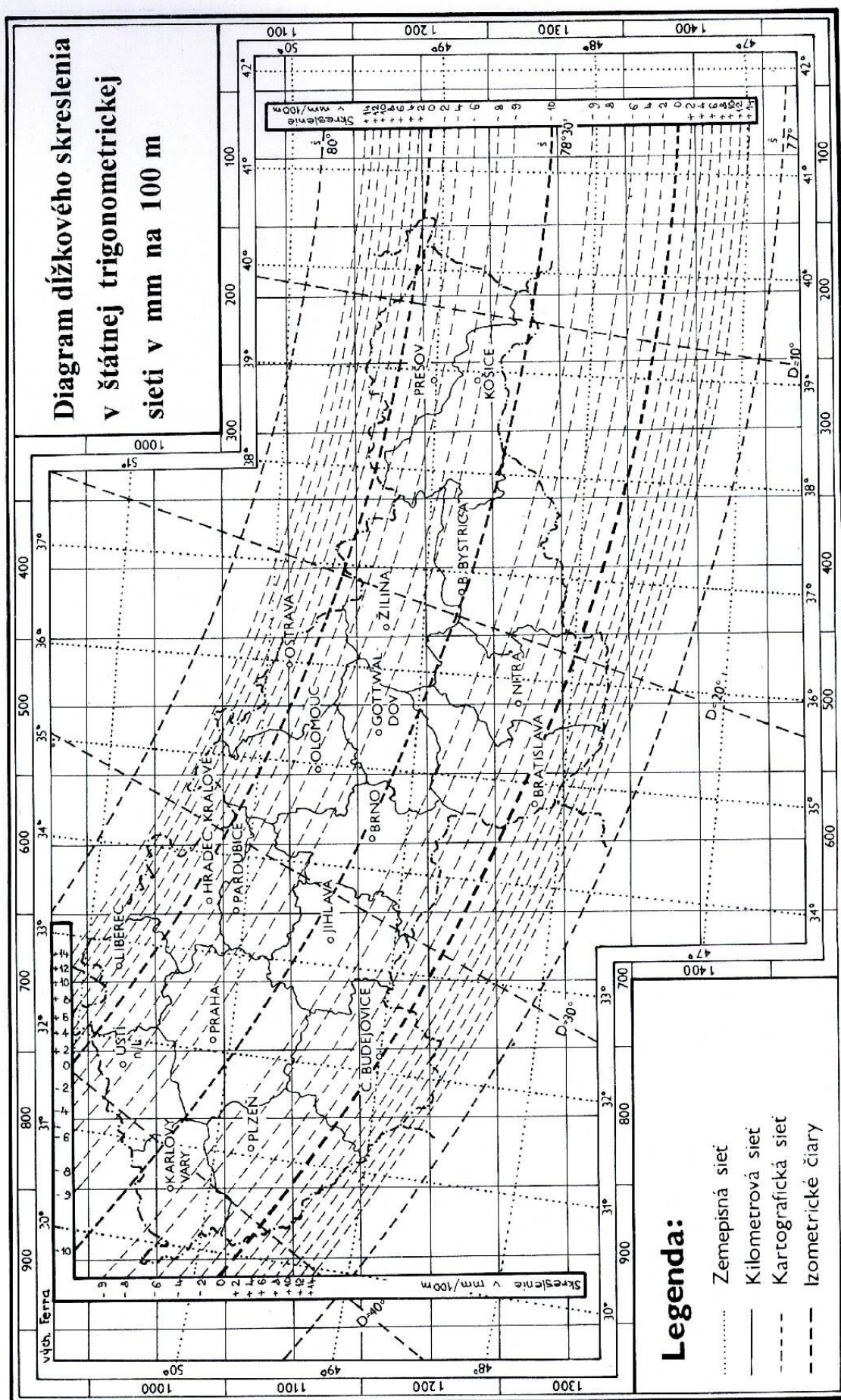
$$264,644 \text{ m}$$

Pri vytyčovaní, hlavne u dlhších dĺžok, je potrebné analogicky priradovať opravy k odmeranej dĺžke pásmom, avšak opravy budú mať opačné znamienko. Tým sa vylúči rozdiel medzi vypočítanou a odmeranou (vytyčovanou) dĺžkou.

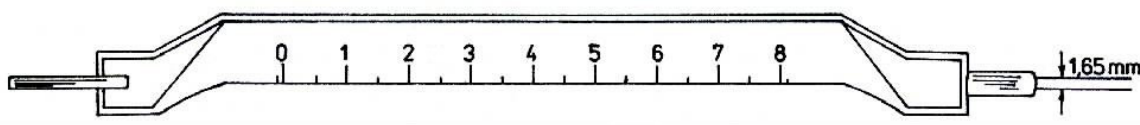
5.1.5 Zásady merania dĺžok meračskými drôťmi

Meračské drôty vyrobené z invaru a upravené na meranie dĺžok majú priemer 1,65 mm a dĺžku 24 m. Na koncoch sú opatrené 80 mm stupnicou s milimetrovým delením (obr. 5.17). Invarové drôty takejto úpravy vyrába firma Askánia.

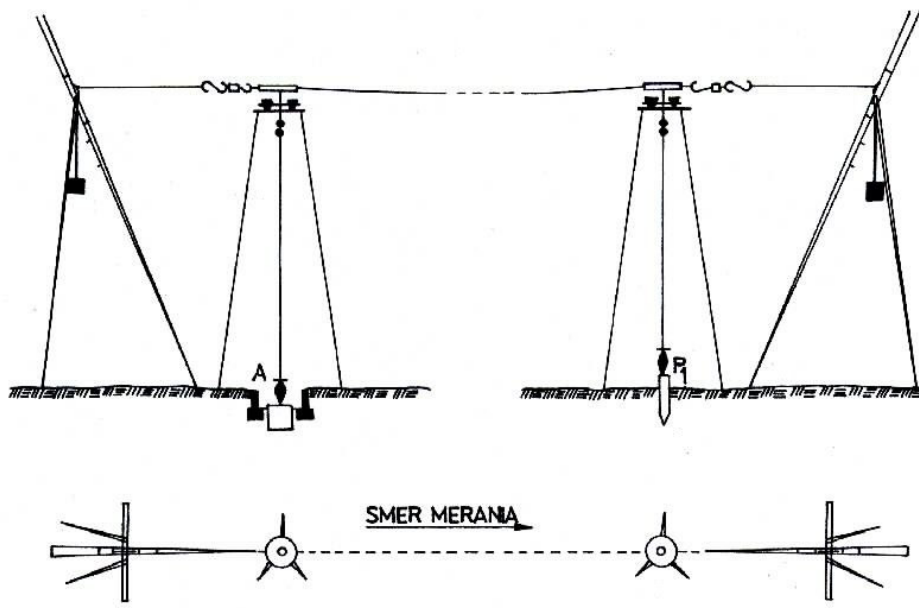
Invarový drôt je určený napr. na meranie dĺžky základnice, ktorá je zahrnutá do trojuholníkovej, resp. štvoruholníkovej siete a pri meraní v inžinierskej geodézii. Dĺžka základnice sa volí



v hodnotách násobku dĺžky invarového drôtu. Jednotlivé úseky sa smerovo a dĺžkovo vytyčujú teodolitom a pásmom. Základnica sa umiestňuje v rovinatom území, drobné nerovnosti terénu sa odstraňujú stabilizáciou značiek, alebo stojanov so značkami do vodorovnej úrovne, ku ktorým sa prikladajú stupnice na koncoch invarového drôtu (obr. 5.17 a 5.18). V prípade šikmo odmeraných dĺžok sa prevýšenia jednotlivých úsekov určujú geometrickou niveláciou (kap. 7.34).



Obr. 5.17. Stupnica na konci invarového drôtu



Obr. 5.18. Meranie dĺžky invarovým drôtom

Vzdialenosť dvoch susedných značiek - dĺžku úseku d (obr. 5.19) odvodíme z údajov stupníc, čítaných na napätom drôte silou 100 N na oboch koncoch.

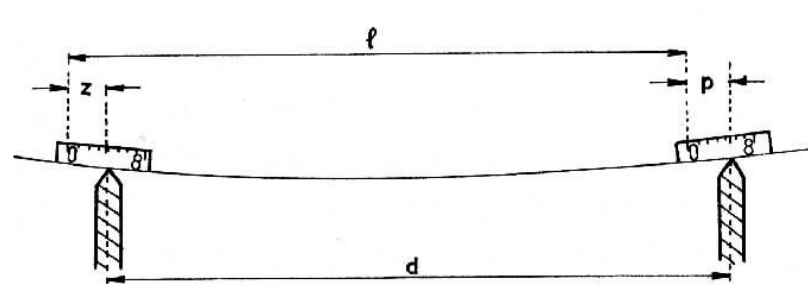
Hľadaná vzdialenosť d medzi značkami je daná vzťahom:

$$d = l + p - z = l + \Delta, \quad (5.17)$$

kde l je dĺžka drôtu medzi rovnakými číslami stupnice,

p je čítanie prednej stupnice,

z je čítanie zadnej stupnice.



Obr. 5.19. Určenie dĺžky úseku invarovým drôtom

Čítania p a z sa vykonávajú na desatiny milimetra. Rozdiel Δ sa určuje 4 až 6-krát. Pred každým novým čítaním sa drôt posúva o 5 mm 2-3-krát vpred a vzad. Maximálny dovolený rozdiel medzi hodnotami Δ je 0,2 ~ 0,3 mm.