

1. ZÁKLADNÉ POJMY V GEODÉZII

1.1 ÚLOHY A ROZDELENIE GEODÉZIE

Geodézia je náuka o meraní Zeme a meraní na zemi. Delí sa na vyššiu a nižšiu geodéziu. **Vyššia geodézia** sa zaoberá určovaním tvaru a rozmeru zemského telesa, postavením Zeme vo vesmíre. **Nižšia geodézia** zahŕňa metódy merania, výpočtov a zobrazovania malých častí zemského povrchu, ktoré z hľadiska merania a zobrazovania polohopisu možno považovať za rovinu. Pri výškových prácach sa Zem pokladá za guľu.

Slovo geodézia je gréckeho pôvodu a v pôvodnom význame vyjadrovalo delenie zeme, pôdy, čo bolo jednou z hlavných činností starovekých meračov.

Celý vedný odbor sa nazýva geodézia a kartografia a patrí medzi matematicko-fyzikálne a technické vedy. Špecializovanými odbormi geodézie sú napr. geodetická astronómia, gravimetria, družicová geodézia, inžinierska geodézia, pozemkové úpravy, fotogrametria. Z technického hľadiska sa do geodézie počíta aj kataster nehnuteľností. Kartografia sa zaoberá metódami zobrazenia zemského povrchu do roviny a jeho grafickým a matematickým vyjadrením.

Základnou úlohou geodézie je:

- určiť vzájomnú polohu bodov na zemskom povrchu vo vodorovnom a zvislom smere,
- zobrazit' tieto body na mape.

V záujme splnenia týchto úloh je potrebné najprv určiť tvar a rozmery zemského telesa ako celku, vybudovať sieť polohovo a výškovo určených bodov v takej vzájomnej odľahlosti, aby sa uľahčilo podrobné mapovanie pripojené na tieto geodetické základy. Zemský povrch – topografický – nie je možné matematicky definovať. Fyzikálne sa definuje ako geoid. Jeho plocha je zvlnená a nehodí sa na geodetické výpočty, nahrádza sa matematicky definovanými plochami: sféroidom, rotačným elipsoidom alebo guľou, prípadne rovinou podľa požiadaviek na presnosť výpočtov.

Technickou úlohou geodézie je určiť rozmer, tvar a priestorovú polohu jednotlivých predmetov merania, či už predmetov prirodzených alebo umelých, a to vo vzájomnom vzťahu, alebo vzhľadom ku geodetickým základom. **Prirodzenými predmetmi** merania sú hranice kultúr, vodstvá, rokle, strže, výsledné formy terénu po zosuvných procesoch, terénne tvary atď. **Umelými predmetmi** merania sú všetky predmety **na** zemskom povrchu, **nad** i **pod** zemským povrchom, ktoré vznikli antropogénnou činnosťou, ako napr. budovy, komunikácie, hranice pozemkov, nadzemné a podzemné vedenia, banské diela atď.

Výsledkom geodetických prác je najčastejšie **mapa** časti zemského povrchu vyhotovená v určitej mierke. Ďalšími výsledkami geodetických prác môžu byť vytýčené stavebné diela vyprojektované na mapových a číselných geodetických podkladoch, číselné a grafické výsledky meraní stavebných konštrukcií, kinematické charakteristiky zosuvných procesov a pod.

Meračské práce spojené s určením polohy sa uskutočňujú spravidla na menších častiach územia, kedy môžeme zanedbať zakrivenie Zeme a postupovať podľa matematických vzťahov rovinnej analytickej geometrie a pri určovaní výšok môžeme zemský povrch nahradiť guľovou plochou, alebo výnimočne rovinou.

Mapa predstavuje zmenšený generalizovaný konvenčný obraz časti zemského povrchu, prevedený do roviny pomocou matematicky definovaných vzťahov (tzv. kartografickým zobrazením).

Mierka mapy vyznačuje mieru zmenšenia skutočnej dĺžky v prírode pri jej zobrazení na mape. Vyjadrujeme ju zlomkom, alebo pomerom:

$$\frac{1}{M} = 1 : M = \frac{d'}{d} \quad (1.1)$$

Veličina M sa označuje ako mierkové číslo, d je skutočná dĺžka a d' je zobrazená dĺžka na mape.

Mapy delíme **podľa mierky** do troch skupín:

- mapy veľkých mierok v pomere zmenšenia až do 1:5 000 vrátane,
- mapy stredných mierok v medziach pomeru zmenšenia od 1:5 000 do 1:200 000 vrátane,
- mapy malých mierok zmenšené viac ako 1:200 000.

Mapy ďalej rozdelujeme:

- podľa obsahu** na základné a účelové,
- podľa vzniku** na pôvodné a odvodené, príp. kombinované.

Základná mapa má všeobecne využiteľný obsah. Volený je tak, aby vyhovoval veľkému okruhu užívateľov. **Účelová (tematická) mapa** obsahuje okrem prvkov základnej mapy alebo časti základnej mapy ešte ďalšie predmety merania a prešetrovania s náplňou zvláštného poslanca, ktorému má slúžiť.

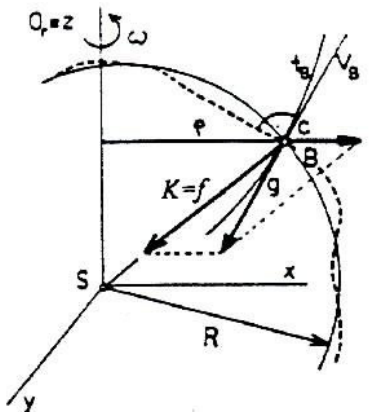
Pôvodná mapa vznikla z priameho merania, alebo fotogrametrickým vyhodnotením. **Mapa odvodená** má prevzatý alebo prepracovaný obsah pôvodnej mapy. Je vyhotovená zmenšovaním, alebo generalizáciou. Ďalej sa stretávame s rôznymi formami mapy. Každý prvok **vektorovej mapy** má veľkosť, smer a orientáciu. Vektorová mapa má

- číselný záznam obsahu usporiadaný na pamäťovom médiu počítača,
- zobrazovací postup, ktorým číselný záznam obsahu zobrazíme v grafickej podobe ako mapu.

Topografická mapa prehľadne zobrazuje predmety merania, je spravidla strednej mierky. Generalizáciou, alebo zdôraznením svojho obsahu poskytuje dobrú všeobecnú orientáciu v danom území.

1.2 TVAR A ROZMERY ZEME

Zemské teleso hmotnosti M vytvára nad svojím povrchom v zmysle Newtonovho zákona gravitačné pole. V každom bode priestoru v okolí Zeme, ako aj na povrchu pôsobí príťažlivá (gravitačná) sila f - prejav gravitačného poľa a odstredivá sila c - dôsledok otáčania Zeme okolo rotačnej osi O_r , (obr. 1.1). Rotáciou gravitačného poľa sa vytvára pole zemskej tiaže. Je to priestor, v ktorom pôsobí sila zemskej tiaže a ktorý charakterizuje tiažové zrýchlenie g .



Obr. 1.1. Sily v tiažovom poli Zeme

Gravitačné pole popisujeme intenzitou gravitačného poľa \mathbf{K} , ktorá charakterizuje pole z hľadiska jeho silového pôsobenia na hmotnostnú jednotku m . Táto zložka sa v každom bode poľa rovná

gravitačnému zrýchleniu \mathbf{f} ($\mathbf{f} = \mathbf{K}$), ktoré gravitačné pole v tomto bode udeľuje telesám. Veľkosť intenzity gravitačného poľa guľovosymetrického telesa polomeru R (s približným tvarom Zeme) na jeho povrchu v bode B vyplýva z Newtonovho gravitačného zákona $\mathbf{K} = GMR^{-2}$, kde $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ je gravitačná konštanta a $M = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ je hmotnosť Zeme.

Veľkosť zložky zrýchlenia tiaže \mathbf{g} je podmienená rotáciou Zeme ($\mathbf{c} = \omega^2 \rho$, kde ω je uhlová rýchlosť otáčania Zeme a ρ je vzdialenosť bodu B od rotačnej osi Zeme).

Tiažové zrýchlenie, alebo tiež intenzitu tiažového poľa Zeme \mathbf{g} tvorí vektorový súčet zložky vektora gravitačného zrýchlenia \mathbf{f} a vektora odstredivej zrýchlenia \mathbf{c} (obr.1.1)

$$\mathbf{g} = \mathbf{f} + \mathbf{c}. \quad (1.2)$$

Ak sa silové pole znázorní siločiarami, potom je smer vektora \mathbf{g} - smer intenzity tiažového poľa v bode B , totožný so smerom dotyčnice k siločiare t_B v bode B . Siločiara je čiara, v smere ktorej pôsobí tiaž. Smeruje do stredu otáčania Zeme. Dotyčnica V_B sa nazýva aj vertikálou v bode B .

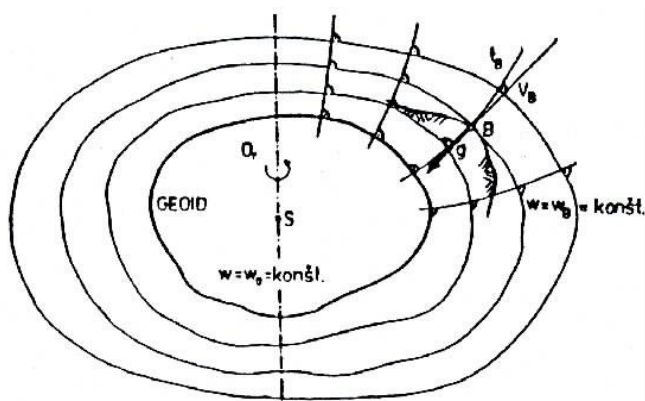
Gravitačné pole, pole odstredivej sily a tiažové pole možno charakterizovať aj potenciálmi príslušných polí W , V a P , ktoré zvyrazňujú energetické vlastnosti polí. (Potenciál je energia patriaca polohe danej sústavy.) Platí

$$W = V + P, \quad (1.3)$$

kde W je tiažový potenciál, V gravitačný potenciál a P odstredivý potenciál. Keď sa bude neustále uvažovať kolmý smer na smer tiažového zrýchlenia, pre skutočný tiažový potenciál potom všeobecne platí (potenciál tiažového zrýchlenia)

$$W = C \text{ (konštanta)}. \quad (1.4)$$

Zmenou hodnoty C dostaneme inú hladinovú plochu W_1 , W_2 , ... v ľubovoľnej výške vo vzťahu k hladine mora. Pre dve nekonečne blízke hladinové plochy platí $dW = -g dh$. Ak dh je ortogonálna vzdialenosť hladinových plôch (vzdialenosť po tiažnici), potom s narastajúcou výškou dh sa znižuje veľkosť tiažového zrýchlenia g a naopak.



Obr. 1.2. Hladinové plochy

Rovnica (1.3) vyjadruje plochy, z ktorých každá má v ľubovoľnom bode rovnakú hodnotu potenciálu. Plochy sa nazývajú ekvipotenciálnymi, geopotenciálnymi alebo hladinovými plochami tiaže. Z rovnice tiež vyplýva, že každá ekvipotenciálna plocha je v každom svojom bode kolmá na príslušný smer zemskej tiaže. Siločiarly tiažového poľa teda vytvárajú vzhľadom na hladinové plochy systém ortogonálnych trajektórií (dve navzájom kolmé osnovy čiar definované na určitej ploche). V dôsledku nehomogenity Zeme budú siločiarly tiažového poľa v jednotlivých bodoch povrchu Zeme, v závislosti na rozložení látok rôznej hustoty a objemu meniť svoj priebeh. Keďže hladinové plochy sú kolmé k siločiarly tiažového poľa, priebeh hladinových plôch bude nepravidelný (obr.1.2).

Hodnota tiažového zrýchlenia g rastie od rovníka k pólom (odstredivá sila je tam nulová). Hladinové plochy sa aj pri svojich nepravidelných tvaroch budú smerom k pólom navzájom približovať (obr.1.2).

Z množiny hladinových plôch s konštantným potenciálom tiaže, sa tá plocha, ktorej priebeh sa najviac zhoduje z priebehom hladín oceánov a prechádza zvoleným nulovým výškovým bodom (strednou hladinou niektorého mora) nazýva sa geoid a predstavuje nulovú hladinovú plochu s tiažovým potenciálom $W_0 = \text{konšt.}$

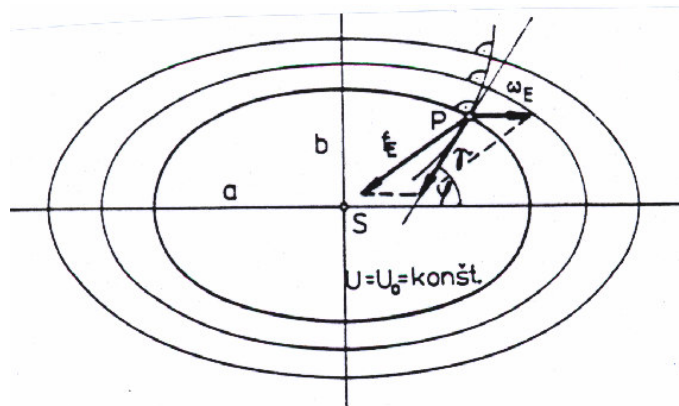
Geoid je uzavretá spojitá plocha so zložitým a nepravidelným priebehom povrchu, ktorá vyjadruje hustotné a objemové zloženie látok zemskej kôry. Všeobecne sa považuje za plochu telesa, charakterizujúcu tvar a veľkosť Zeme. Geoid nie je teda analytickou plochou a nemôže sa použiť ako referenčná plocha pre polohové výpočty. Používa sa však ako referenčná plocha pre definovanie druhu výšky.

Normálne tiažové pole. Pri určovaní vonkajšieho tiažového poľa Zeme, t.j. tiažového poľa na a nad zemským povrchom, sa ako jeho aproximácia používa normálne tiažové pole. Je vytvorené telesom - tzv. normálnou Zemou - ktoré má maximálne verne zobrazovať skutočný tvar Zeme a čo najlepšie nahradzovať jeho skutočné tiažové pole. Z geometrického hľadiska sa za takéto teleso prijíma rotačný elipsoid, ktorému sa okrem geometrických parametrov (veľkej poloosi a a sploštenia

$i = \frac{a-b}{a}$ prisudzujú aj fyzikálne parametre Zeme (hmotnosť M_E a uhlová rýchlosť rotácie ω_E).

Normálne tiažové pole normálneho tvaru Zeme sa potom vytvára gravitačnými a rotačnými účinkami elipsoidu, pričom povrch telesa (normálnej Zeme) má charakter hladinovej plochy. Takýto elipsoid sa nazýva hladinový alebo normálny elipsoid a je aproximáciou geoidu. Možno definovať rôzne hladinové elipsoidy. Ten elipsoid, ktorého parametre najlepšie zodpovedajú reálnej Zemi sa nazýva stredný zemský elipsoid. Potenciál normálnej tiaže označujeme U .

Normálne tiažové pole hladinového elipsoidu charakterizuje normálne tiažové zrýchlenie γ , (obr.1.3). Je to priemet intenzity gravitačného poľa normálnej Zeme f_E do smeru normály k povrchu hladinového elipsoidu na tomto elipsoide.



Obr. 1.3. Normálne hladinové plochy a normálne tiažové zrýchlenie

Pre strednú hodnotu γ_0 normálneho tiažového zrýchlenia na povrchu Zeme sa používa konvenčná hodnota $9,80665 \text{ m s}^{-2}$.

1.2.1 Tvar Zeme a jeho aproximácie

V súčasnosti sa za geometrický tvar Zeme pokladá tak geoid - hladinová plocha s tiažovým potenciálom W_0 prechádzajúca nulovým výškovým bodom, ako aj nehladinová plocha kvázigeoid. Pri určovaní geoidu sa prijíma rad hypotéz, pretože nie je dostatočne známe rozloženie látok nad geoidom

a skutočné tiažové pole medzi geoidom a fyzickým povrchom Zeme. Tvar geoidu sa stále spresňuje. Kvázigeoid je aproximácia tvaru Zeme určená výlučne na základe vykonaných geodetických, astronomických a gravimetrických meraní. Plochy geoidu a kvázigeoidu sú si navzájom blízke. Najväčšie rozdiely dosahujú v oblasti pevnín približne 2 m. V oblasti oceánov majú obidve plochy totožný priebeh.

Určenie plochy kvázigeoidu, ale aj jeho definície, si vysvetlíme nasledovnou úvahou. V bode B na fyzickom povrchu Zeme (obr. 1.4) označíme potenciál skutočného tiažového poľa hodnotou W_B a potenciál normálneho tiažového poľa hodnotou U_B . Pritom potenciál normálneho tiažového poľa U_B závisí od zemepisnej šírky a od výšky h nad hladinovým elipsoidom

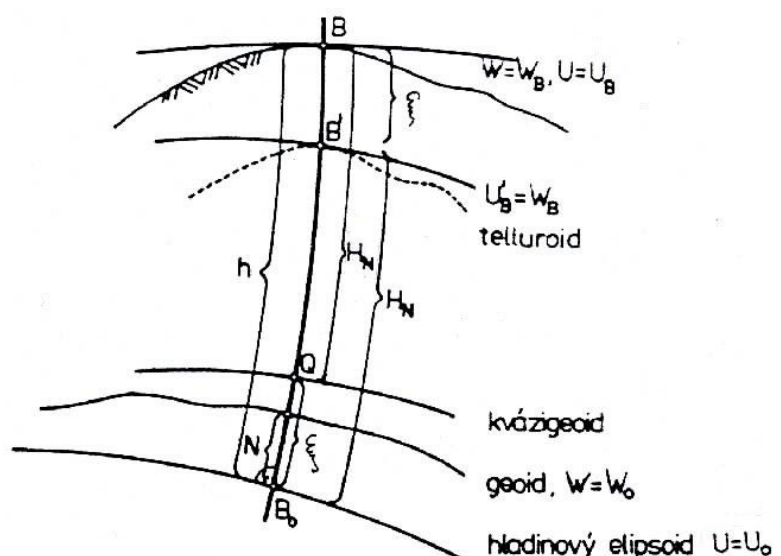
$$U_B = U(\varphi, h). \quad (1.5)$$

Hladinový elipsoid, vzťažnú nulovú plochu U_0 normálneho tiažového poľa Zeme, zvolíme tak aby

$$U_0 = W_0 = \text{konšt.} \quad (1.6)$$

Rozdiely skutočných a normálnych potenciálov medzi hladinovými plochami v bode B a príslušnými nulovými plochami sú vo všeobecnosti rôzne, teda

$$W_B - W_0 \neq U_B - U_0 = U(\varphi, h) - U_0. \quad (1.7)$$



Obr. 1.4. Hladinové a referenčné plochy

Na siločiare t_B prechádzajúcej bodom B je možné určiť takú výšku H_N , s ktorou sa potenciálny rozdiel $U(\varphi, h) - U_0$ bude rovnať rozdielu $W_B - W_0$, teda

$$W_B - W_0 = U(\varphi, h) - U_0 \quad (1.8)$$

Výška H_N na siločiare t_B určuje bod B' , v ktorom vzhľadom na rovnicu (1.6) bude podľa (1.8) platiť

$$W_B = U(\varphi, h) = U'_B \quad (1.9)$$

teda normálny potenciál U'_B sa v bode B' bude rovnať skutočnému potenciálu W_B v bode B .

Výška H_N sa nazýva normálna výška bodu B . Je to výška bodu B' nad hladinovým elipsoidom. Ak sa táto výška nanesie z bodu B z fyzického povrchu Zeme na siločiaru t_B smerom do vnútra Zeme, koncový bod Q spolu s množinou podobne získaných bodov determinuje plochu, ktorá sa nazýva kvázigeoid (normálna výška je vzdialenosť bodu na fyzickom povrchu Zeme od kvázigeoidu meraná pozdĺž siločiar). Veličina ξ je výška kvázigeoidu nad hladinovým elipsoidom. N predstavuje výšku geoidu nad elipsoidom (výšková anomália).

Kvázigeoid je teda nehladinová plocha, ktorá od zemského fyzického povrchu prebieha vo vzdialenostiach H_N , ležiacich na siločiarach normálneho tiažového poľa. Je určená tak, aby sa rozdiely potenciálov skutočných W a normálnych U v bode B a príslušnými nulovými plochami rovnali. Kvázigeoid sa určuje bez hypotéz o rozložení látok vo vnútri geoidu. Telluroid sa nazýva taká nehladinová plocha, pre body ktorej platí $W_B = U_B$.

Na zložitej a nepravidelnej ploche geoidu alebo kvázigeoidu nie možné v praxi riešiť geodetické úlohy, alebo na ne zobraziť väčšie časti zemského povrchu, pretože tieto plochy nie je možné analyticky jednoducho vyjadriť. Aproximáciami geoidu, resp. kvázigeoidu na výpočtové a zobrazovacie práce sú rôzne definované elipsoidy, guľové plochy a roviny.

1.2.2 Referenčný elipsoid

Podľa historických prameňov o približné určenie rozmerov Zeme sa pokúsil Eratosthenes približne 220 rokov pre našim letopočtom, a to priamym meraním vzdialenosti medzi Alexandriou a Asuánom. V 9. storočí to boli arabskí matematici. V 16. storočí francúzsky matematik Fernel určil dĺžku kvadrantu odmeraním vzdialenosti medzi dvoma miestami, ktorých rozdiel zemepisných šírok bol 1° . Dĺžku vyjadril počtom otočiek kola na voze.

Spresnenie rozmeru Zeme dosiahol Snellius, ktorý časť dĺžky poludníka určil z merania trojuholníkového reťazca. Z určeného rozmeru kvadrantu zemského poludníka Delambreom v roku 1800 sa určil rozmer základnej dĺžkovej jednotky – metra ($1 \text{ m} = 1/10\,000\,000$ štvrtkvadrantu zemského poludníka). Rozmery elipsoidu neskôr spresnili Bessel, Hayford a iní.

Parametre zemského elipsoidu sa určujú z tzv. stupňových meraní. Z rôzne rozsiahlych a stále presnejších stupňových meraní boli postupne určené parametre viacerých rotačných zemských elipsoidov. Plochu geoidu by najlepšie aproximoval trojosový zemský elipsoid. Geometria trojosového elipsoidu je však tak zložitá, že v geodetickej praxi sa zásadne používajú rotačné elipsoidy. Ak je určitý zemský elipsoid zvolený pre geodetický systém, nazýva sa referenčný elipsoid.

Z hladinových elipsoidov sa ako optimálna aproximácia geoidu prijíma stredný zemský elipsoid. K tomuto optimálnemu modelu Zeme sa približovali rôzne referenčné elipsoidy napr. Besselov (1841), Krasovského (1940). Oba tieto elipsoidy tvoria základ kartografického zobrazenia a polohového súradnicového systému v bývalom Československu a teraz na Slovensku. Geodetická asociácia pri zasadaní Valného zhromaždenia medzinárodnej geodetickej a geofyzikálnej únie (MUGG) v Lucerne v roku 1969 odporučila, aby pre vedecké účely bol používaný elipsoid **lucernský**, alebo len **elipsoid 1967**. Jeho parametre boli určené z doteraz najrozsiahlejších meraní.

V súčasnosti stredný zemský elipsoid najlepšie aproximuje referenčný elipsoid IAG 1980, prijatý na 17. valnom zhromaždení Medzinárodnej geodetickej a geofyzikálnej únie. Označuje Európsky terestrický referenčný systém 1980. Jeho parametre osí a a b má tiež elipsoid Svetového geodetického systému WGS 84 (World Geodetic System), (tab. 1.1).

Rozmery jednotlivých elipsoidov

Tabuľka 1.1

	Besselov	Hayfordov	Krasovského	WGS - 84
Hlavná poloos a	6 377 397,16 m	6 378 388 m	6 378 245 m	6 378 137 m
Vedľajšia poloos b	6 356 078,96 m	6 356 911,95 m	6 356 863,02 m	6 356 752,31 m
Sploštenie $i = (a - b)/a$	1/299,15	1/297,00	1/298,30	1/298,26
Meridiánový kvadrant Q	10 000 855,76 m	10 002 288,30 m	10 002 138 m	10 001 965,73 m

Referenčná guľa. Matematické riešenie geodetických úloh na elipsoide je pomerne zložitá. V matematickej kartografii a pri riešení niektorých geodetických úloh sa elipsoid nahradzuje guľou

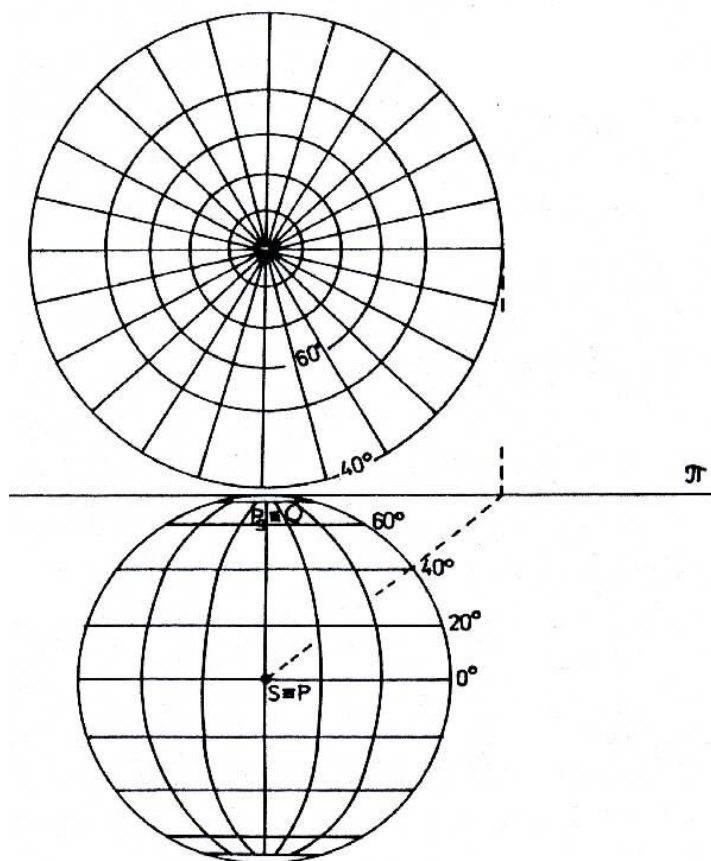
vhodného polomeru. Náhradnú guľu, ktorá vcelku, alebo len v určitom zvolenom rozsahu prilieha k elipsoidu a tak ho nahrádza, nazývame referenčná guľa. Vo všeobecných výpočtoch stačí používať guľu o **jednotnom polomere** r určenom zo vzorca:

$$r = \sqrt[3]{a^2 b}. \quad (1.9)$$

Z rozmerov Krasovského elipsoidu odvodený polomer $r = 6371,11$ km.

1.3 KARTOGRAFICKÉ ZOBRAZOVANIE

Zobrazenie zemského telesa na rovinu mapy sa uskutočňuje podľa niektorého druhu kartografického zobrazenia (kartografickej projekcie). Tvar zemského povrchu aproximovaný elipsoidom, alebo guľou sa nedá priamo rozvinúť do roviny, preto pri zobrazovaní zemského povrchu do roviny nastáva skreslenie dĺžok, uhlov a plôch. Úlohou kartografického zobrazenia je uskutočniť priemet zakriveného zemského povrchu tak, aby pre dané územie sa napr. neskresľovali uhly a skreslenie dĺžok bolo minimálne.



Obr. 1.5. Gnomonické azimutálne zobrazenie

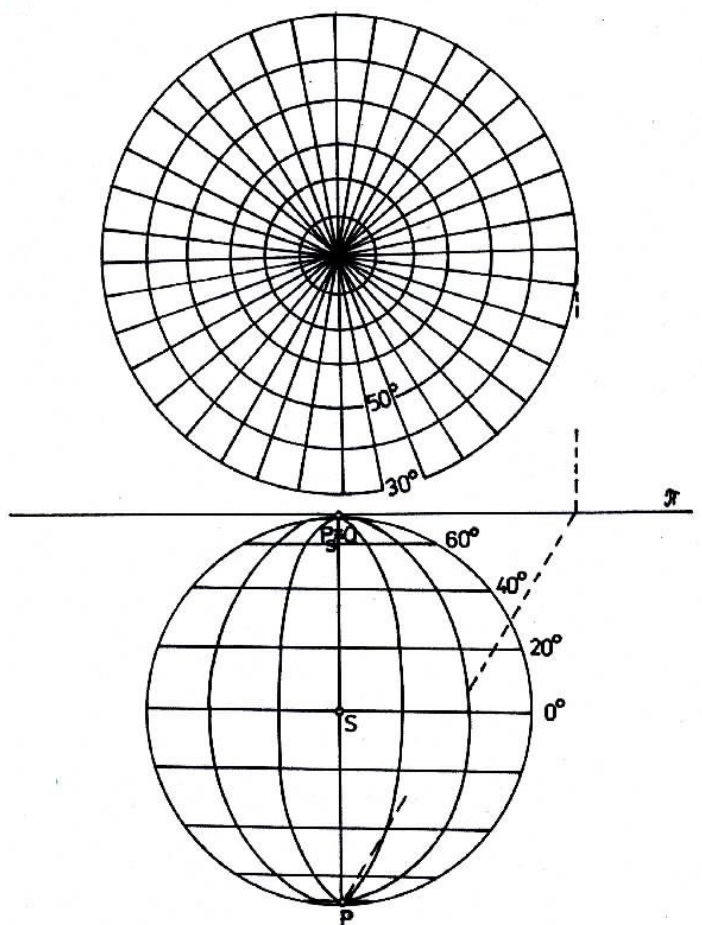
Zemský povrch môžeme zobraziť v rovine premietnutím na:

- dotykovú rovinu – azimutálne projekcie,
- plášť kužeľa – kužeľové (kónické) projekcie,
- plášť valca – valcové (cylindrické) projekcie.

Pri **azimutálnych projekciách** môže mať zobrazovacia rovina polohu pólovú alebo všeobecnú, t.j. rovina sa dotyka referenčnej gule v póle, alebo ktoromkoľvek bode. Ak stred premietania je

totožný so stredom referenčnej gule, hovoríme o gnomonickej projekcii (obr. 1.5). Stereografická projekcia má stred premietania v protipóle (obr. 1.6). a ortografická projekcia má stred premietania v nekonečne. Azimutálne projekcie majú najmenšie skreslenie v priestore okolo dotyku zobrazovacej roviny.

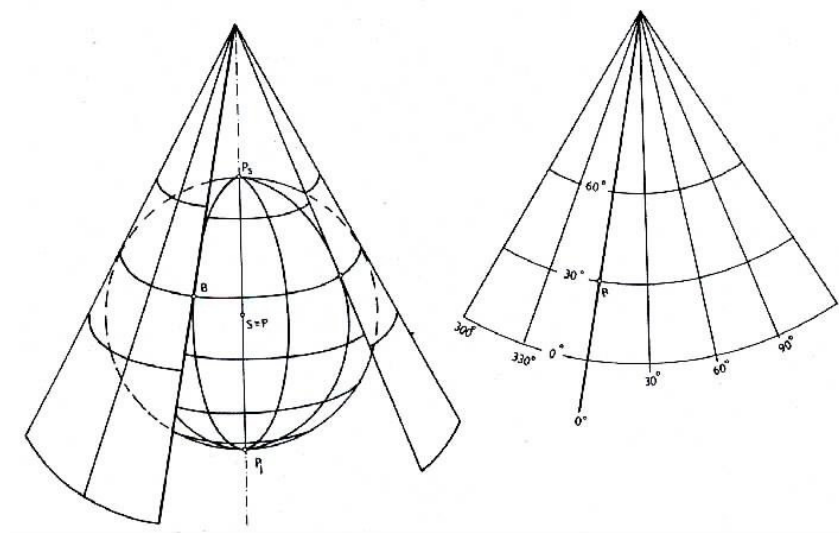
Princíp kužeľového zobrazenia, u ktorého je os zobrazovacieho kužeľa totožná s osou rotačného elipsoidu, prípade s osou referenčnej gule, je znázornený na obr. 1-5. Zemepisná sieť sa premietne na plášť kužeľa, ktorý sa pozdĺž jednej povrchovej priamky akoby rozreže a vystrie do roviny. Takto vznikne rovinná sieť, v ktorej sú poludníky zobrazené ako priamky prechádzajúce vrcholom kužeľa a obrazmi rovnobežiek sú sústredné kružnice so stredom vo vrchole kužeľa. Dotyková rovnobežka, ktorá je spoločná pre referenčnú guľu aj kužeľ sa neskresľuje, polomery ostatných rovnobežiek sa oproti polomerom rovnobežiek na guľi zväčšia, resp. zmenšia. Ako mapa sa použije plocha plášťa pozdĺž dotykovej rovnobežky, kde je najmenšie skreslenie.



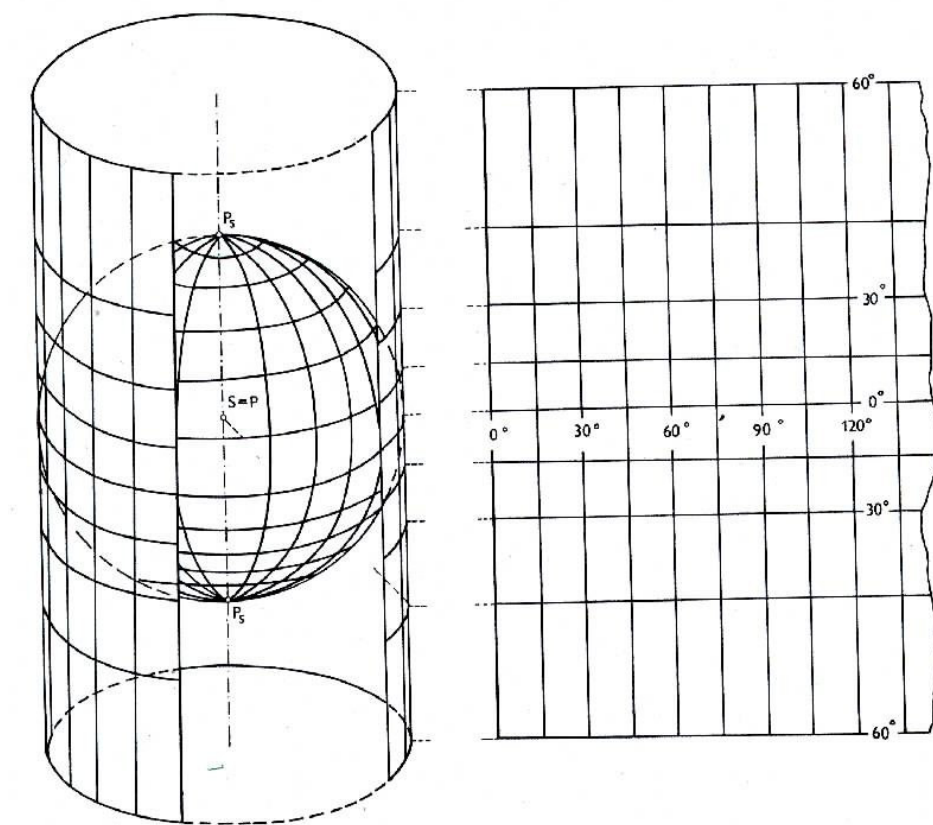
Obr. 1.6. Stereografické zobrazenie

U **valcového zobrazenia** sa môže plášť valca dotýkať gule pozdĺž rovníka (valec v normálnej polohe) (obr. 1.8), alebo pozdĺž určitého poludníka (valec v transversálnej polohe), prípadne má všeobecnú polohu, keď sa guľa dotýka pozdĺž ľubovoľnej hlavnej kružnice. Rovnobežky a poludníky premietnuté zo stredu gule na valec v normálnej polohe sa po jeho rozvinutí do roviny javia ako obdĺžniková zemepisná sieť. Rovnobežky sa zobrazia ako rovnobežné horizontálne priamky a poludníky ako rovnobežné vertikálne priamky.

Na naznačených princípoch je vypracovaný celý rad rozličných projekcií na dotykových, alebo sečných rovinách kužeľov a valcov. Pritom sa tieto projekcie upravili matematickými operáciami tak, aby sa neskresľovali uhly (konformné zobrazenia) alebo dĺžky (ekvidistantné zobrazenia). Používajú sa tiež kompenzačné zobrazenia, u ktorých sa sčasti vyrovnáva uhlové a plošné skreslenie.



Obr. 1.7. Kuželové zobrazenie



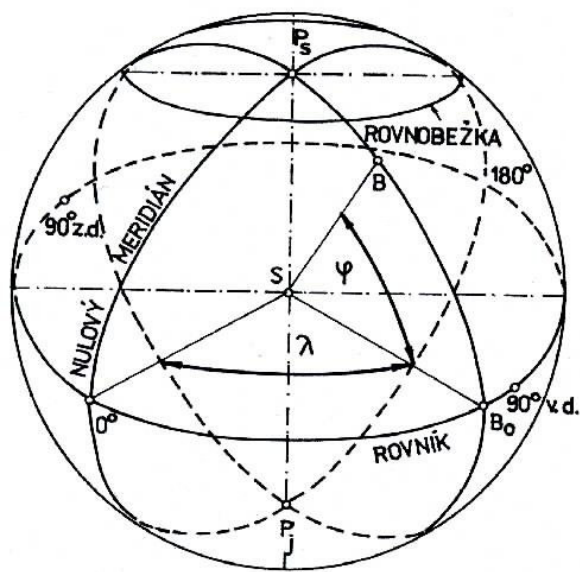
Obr. 1.8. Valcové zobrazenie

1.4 SÚRADNICOVÉ SYSTÉMY

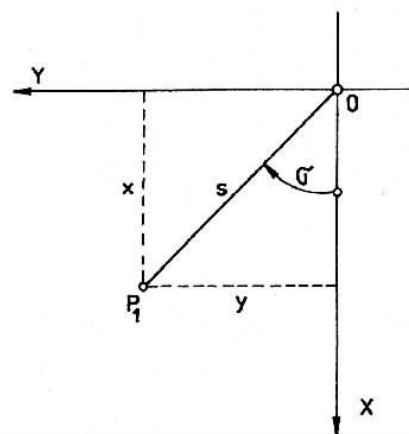
Zemepisné súradnice (obr. 1.9) φ - zemepisná šírka, λ - zemepisná dĺžka, sa v technickej praxi používajú zriedkavo. V nižšej geodézii sa ako zobrazovacia plocha používa rovina, na ktorej máme možnosť vyjadriť vzájomnú polohu bodov rovinnými súradnicami vo zvolenom pravouhlom, alebo polárnom súradnicovom systéme. V pravouhlom súradnicovom systéme sú dve na seba kolmé priamky osami systému, ich priesečník je počiatkom súradnicového systému (obr. 1.10).

Polárne súradnice bodu P vzhľadom na počiatok O sú orientačný uhol (tiež smerník) σ a vzdialenosť s .

Pravouhlé súradnice y a x sú vzdialenosti bodu P od osí súradnicového systému.



Obr. 1.9. Zemepisné súradnice



Obr. 1.10. Rovinné súradnice

Vzťah medzi polárnymi a pravouhlými súradnicami vyjadrujú rovnice:

$$\begin{aligned} \sigma &= \arcsin \frac{y}{s} & \sigma &= \arccos \frac{x}{s} \\ y &= s \sin \sigma & x &= s \cos \sigma, \end{aligned} \quad (1.10)$$

kde s je dĺžka spojnice dvoch bodov, premietnutých do vodorovnej roviny.

V geodézii sa na zobrazovanie používajú obidva systémy, ale na súradnicové určovanie polohy bodov polohového bodového poľa a predmetov merania sa užívajú výhradne pravouhlé súradnicové systémy.

Jestvujúce geodetické súradnicové systémy majú spoločný znak v tom, že os $+X$ sa vždy volí v smere poludníka prechádzajúceho zvoleným počiatkom, os $+Y$ je kolmá na os $+X$ v pravotočivom systéme.

Pre osobitné úlohy sa používajú aj miestne súradnicové systémy, zachovávajúce pravotočivý systém poradia osí. Os $+X$ sa vkladá do ľubovoľného – objektom podmieneného smeru, ako napr. hlavná os stavby, polygónová strana, dotyčnica k oblúku a pod. Počiatok sa volí tak, aby všetky súradnice boli kladné.

Na mapových dielach Slovenskej republiky (SR) sú použité tieto geodetické súradnicové systémy: Systém jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej (Křovákovo zobrazenie), má skratku S – JTSK a Súradnicový systém 1942 (S – 42).

1.4.1 Systém jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej

S – JTSK charakterizujú údaje:

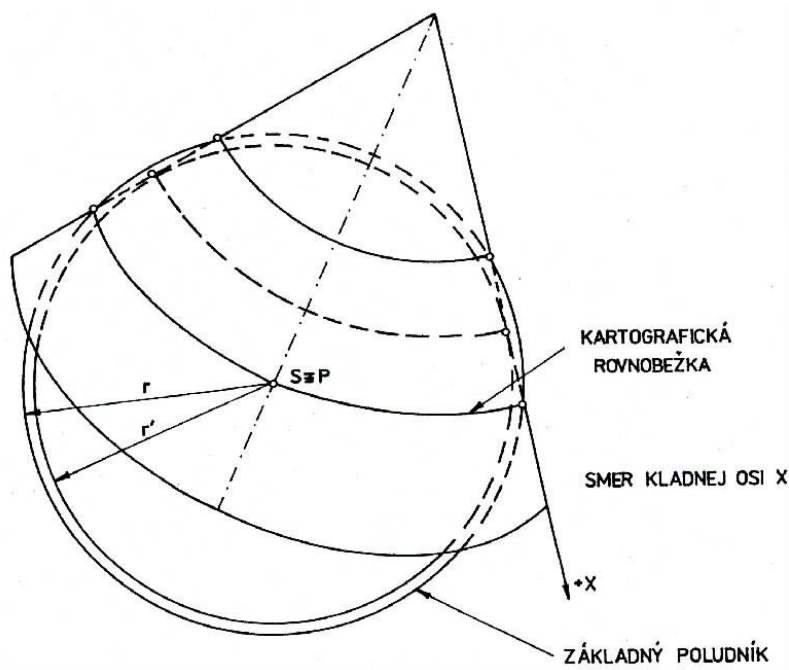
- Besselov elipsoid, ktorého tvar definujú konštanty a , b , i (tab. 1.1),

b) rozmer, poloha a orientácia Štátnej trigonometrickej siete (ŠTS) na Besselovom elipsoide, ktoré sú odvodené zo súboru identických bodov stredoeurópskeho stupňového merania,

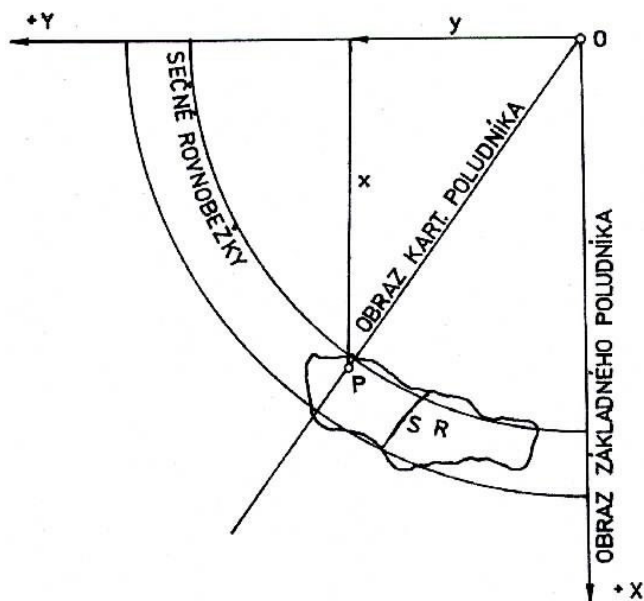
c) Křovákovo zobrazenie, ktorým sa Besselov elipsoid zobrazuje do roviny,

d) systém rovinných pravouhlých súradníc.

S – JTSK má dvojité zobrazenie, pri ktorom sa zemský elipsoid (Besselov) najprv konformne (uhlovozhodne) zobrazil na guľu (tzv. Gaussovu guľu), ktorá sa dotýka elipsoidu v jednom bode základnej rovnobežky $\varphi_0 = 49^\circ 30'$. Gaussova guľa sa ďalej konformne zobrazila na šikmo položenú kužeľovú plochu, ktorá pretína plášť gule v dvoch rovnobežných čiarach (obr. 1.11). Plášť kužeľa sa potom dotýka zmenšenej zemskej gule o polomere $r' = 0,9999 r$, kde $r = 6\,380\,703,6105$ km.



Obr. 1.11. Schéma kužeľového zobrazenia vo všeobecnej polohe



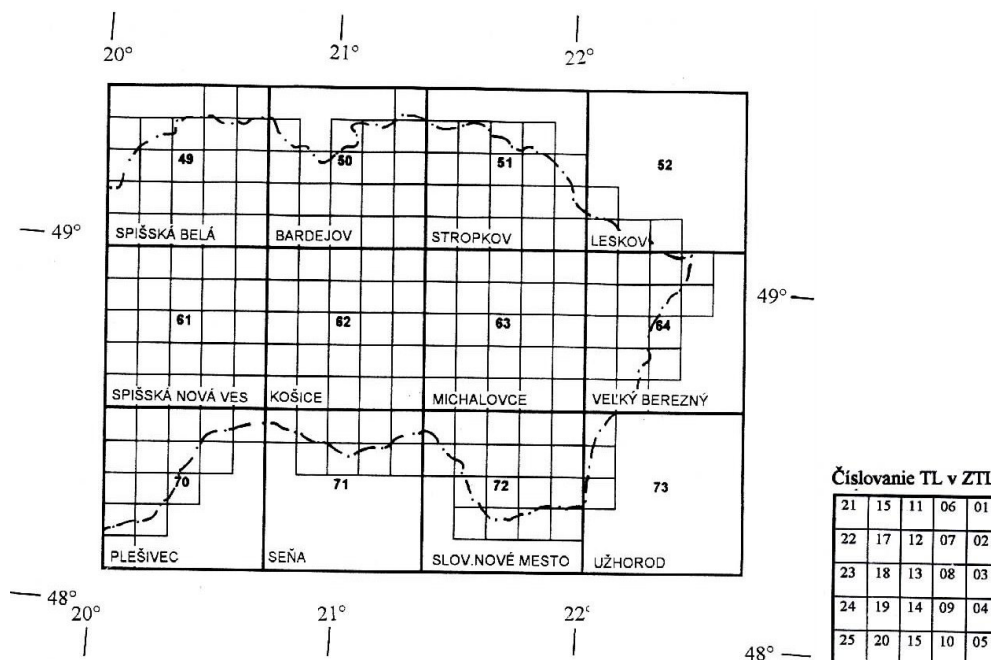
Obr. 1.12. Zobrazenie kartografických rovnobežíek a poludníkov

Zobrazenie na šikmý kužeľ sa zvolilo v záujme zmenšenia dĺžkového skreslenia. Územie Českej republiky (ČR) a SR sa dostalo do pásu širokého $2^\circ 31'$. V prípade postavenia kužeľa v normálnej

polohe, pás územia ČR a SR medzi dvoma rovnobežkami by bol $3^{\circ}20'$. Na kuželi rozvinutom do roviny sa kartografické poludníky zobrazia ako priamky vychádzajúce z vrcholu kužela a obrazmi kartografických rovnobežiek sú koncentrické kružnice (obr. 1.12). Zvolený základný poludník prebiehajúci v $\lambda = 42^{\circ}20'$ východne od Ferra, predstavuje kladnú vetvu osi X , os $+Y$ je orientovaná na západ. Na základe tejto úpravy súradnicového systému leží SR v jedinom kvadrante s kladnými súradnicami všetkých bodov.

V S - JTSK sa neskresľujú uhly. Maximálne dĺžkové skreslenie je 0,1 m/km. Efekt skreslenia je udaný rozdielom kartograficky zobrazovanej dĺžky s' a odmeranej dĺžky s t.j. $s' - s = m$. Hodnotu dĺžkového skreslenia odčítame z diagramu na strane 95, alebo sa vypočíta podľa vzťahu (5.53). Do diagramu sa vynesú súradnice ťažiska záujmového územia a číta sa hodnota dĺžkového skreslenia v milimetroch pre dĺžku 100 m. Nulové dĺžkové skreslenie je pozdĺž kartografických rovnobežiek, kde plášť kužela pretína Gaussovu guľu.

V S - JTSK sa zobrazila celá československá trigonometrická sieť. Triangulačný operát čsl. trigonometrickej siete je zostavený podľa triangulačných listov, ktorých členenie vyznačuje obr. 1.13. Základné triangulačné listy rozmerov 50 x 50 km sa delia na 25 triangulačných listov rozmerov 10 x 10 km.



Obr. 1.13. Rozdelenie základného triangulačného listu na triangulačné listy a číslovanie triangulačných listov v rámci základného triangulačného listu

Z rozmerov triangulačných listov sú odvodené rozmery máp vo veľkých mierkach a rozmery Základnej mapy SR veľkej mierky. Body základného polohového bodového poľa okrem vlastného čísla sú označené aj nomenklatúrnym číslom, t. j. evidenčnou jednotkou napr. 6208, kde 68 predstavuje číslo základného triangulačného listu a 08 číslo triangulačného listu.

Súradnicový systém JTSK sa používa pre všetky práce v SR, ktoré podliehajú zákonu o geodézii a kartografii (zákon č. 215/1995).

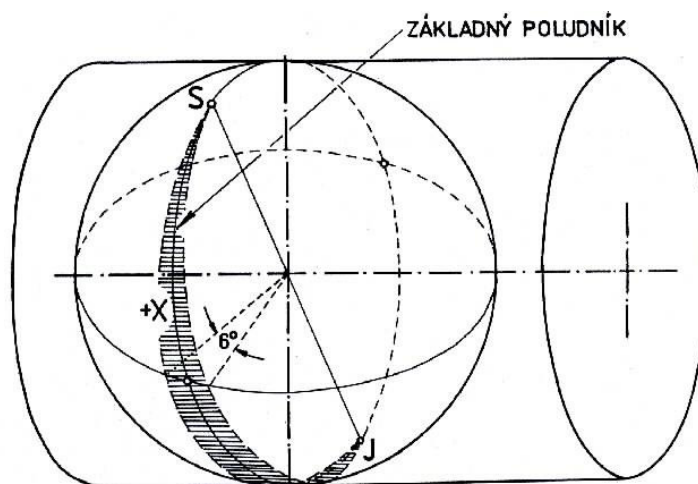
1.4.2 Súradnicový systém 1942

V tomto zobrazovacom systéme sa predmety merania zobrazujú na valec v transverzálnej polohe (obr. 1-12), ktorý sa dotýka zemského telesa (Krasovského referenčného elipsoidu) pozdĺž stredného, tzv. základného poludníka zobrazujúceho sa v skutočnej veľkosti (Gaussovo zobrazenie). Ostatné poludníky sa skresľujú a zobrazia ako krivky symetrické voči obrazu základného poludníka.

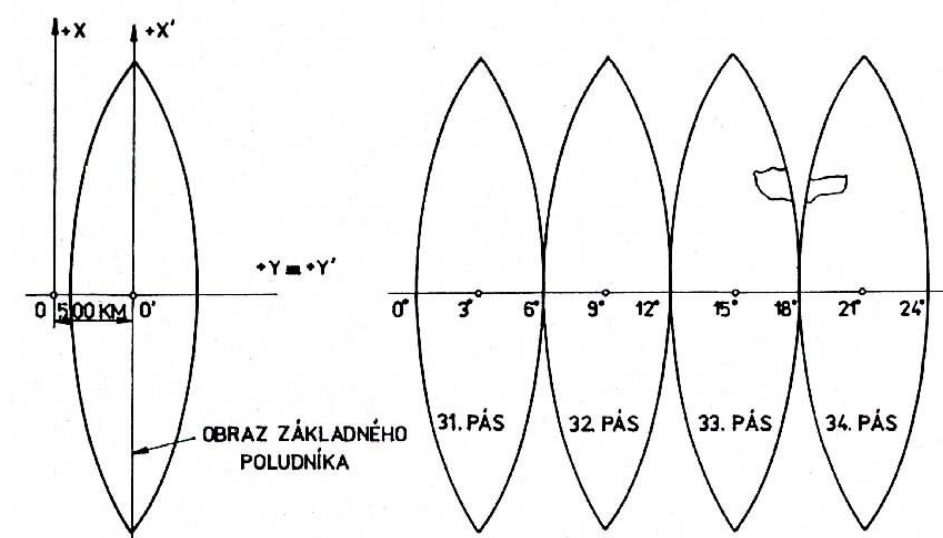
Dĺžkové skreslenie sa v tomto zobrazení zväčšuje so štvorcom vzdialenosti od základného poludníka. Preto sa pre geodetické účely volí obmedzene široký pás územia, ktorý sa zobrazuje na plášť valca. Rozmer zobrazovaných pásov bol medzinárodne určený hodnotami 2° , 3° a 6° zemepisnej dĺžky. U nás sa používajú 3° a 6° poludníkové pásy Krasovského elipsoidu. Pre celé zobrazenie zemského elipsoidu deleného na 6° pásy treba celkom 60 polôh valcov v transverzálnej polohe.

6° poludníkové pásy sa používajú pre topografické mapovanie. Pásy sú číslované arabskými číslicami počnúc od $\lambda = 180^\circ$ zemepisnej dĺžky priebežne na východ od 1 až po 60. SR sa nachádza v 33. a 34. poludníkovom páse.

3° poludníkové pásy sa používali v rokoch 1955 až 1970 pre technicko-hospodárske mapovanie.



Obr. 1.14. Gaussovo valcové zobrazenie



Obr. 1.15. Súradnicové systémy a šesťstupňové pásy Gaussovho zobrazenia

Každý poludníkový pás má svoj súradnicový systém. Os $+X$ tvorí obraz základného poludníka. Obraz rovníka predstavuje os $+Y$ s orientáciou na východ (obr. 1.15). Súradnice v tomto systéme sa používajú len na prevod súradníc medzi jednotlivými pásmi a na výpočet súradníc rohov mapových listov. V ostatných prípadoch sa používajú upravené súradnice. Súradnica X ostáva nezmenená a súradnica Y sa mení podľa rovnice $Y = K + y$, kde konštanta $K = 500 \text{ km} + (n \cdot 10^3 \text{ km})$ a n značí

číslo poludníkového pásu. S ohľadom na takto posunutý začiatok súradnicového systému všetky X -ové a Y -ové súradnice nad rovníkom majú kladnú hodnotu.