

## 5. TEÓRIA CHÝB POZEMNEJ FOTOGRAMETRIE

V pozemnej fotogrametrii pre zjednodušenie vyhodnocovacích prác najčastejšie používame snímky, u ktorých poznáme prvky vnútornej a vonkajšej orientácie obidvoch snímok. Tieto prvky majú hodnoty  $\omega_A = \omega_B = 0^s$ ,  $\kappa_A = \kappa_B = 0^s$ ,  $\varphi_A = \varphi_B$ ,  $c_{kA} = c_{kB}$ . V prípade, že tomu tak nie je, potom vzťah medzi snímkovými a priestorovými súradnicami vyhodnocovaných bodov je zložitejší a nezodpovedá presne rovniciam

$$y = \frac{b c_k}{p}, \quad x = \frac{b x'}{p}, \quad z = \frac{b z'}{p}.$$

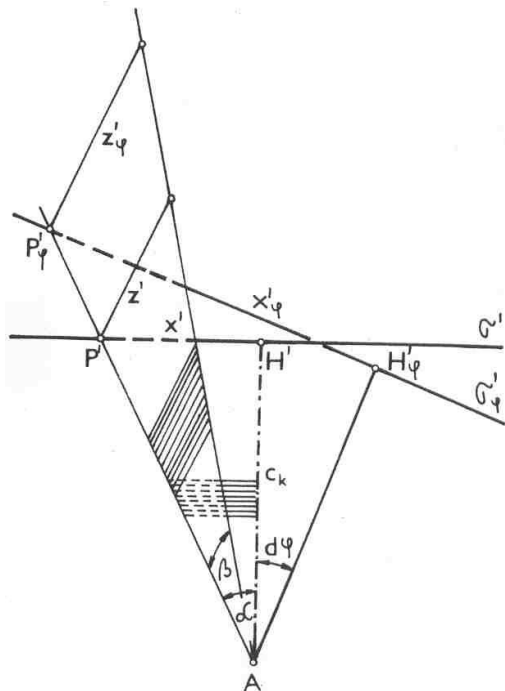
K uvedenému predpokladu pristupujeme pri analytickom vyhodnotení snímok metódou kolineárnej transformácie. Vtedy vedľajším produktom vyhodnotenia sú aj prvky vnútornej a vonkajšej orientácie snímok. Predpokladáme pri tom, že objektív komory je meračský so zanedbateľným skreslením. Pri vyhodnotení vzťah medzi snímkovým a obrazovým priestorom zaisťujú vícovacie body. Takýto postup vyhodnotenia umožňuje zvýšiť presnosť vyhodnotenia o jeden rád oproti analógovému vyhodnoteniu.

Vyhodnotenie digitálnych snímok alebo digitalizovaných fotogrametrických snímok aplikujeme výhradne analyticky.

V tejto kapitole vyšetríme vplyv odchýlok orientačných prvkov na snímkové súradnice a stanovíme ich prípustné hodnoty vyplývajúce z presnosti merania snímkových súradníc, ktoré sú 0,01 mm. Cieľom je vyjadriť a znázorniť účinok spoločných a diferenčných chýb vnútornej a vonkajšej orientácie snímkovej dvojice na vyhodnotenie optického modelu.

### 5.1 Chyby vonkajšej orientácie a ich vplyv na optický model

#### Vplyv chyby v stočení na súradnicu $x'$



Keď sa os záberu odchyľuje od správneho smeru o hodnotu  $d\varphi$ , bod  $P'$  sa zobrazí v stočenej snímkovej rovine  $\sigma'_\varphi$  v bode  $P'_\varphi$  (obr. 5.1). Súradnica  $x' = \overline{H'P'}$  sa zmení na  $x'_\varphi = \overline{H'_\varphi P'_\varphi}$  podľa rovnice

$$x' = x'_\varphi - dx' \quad (5.1)$$

kde  $dx'$  je zmena meranej úsečky spôsobená stočením  $d\varphi$ .

Jednotlivé členy v rovnici (5.1) môžeme vyjadriť

$$x' = c_k \operatorname{tg} \alpha, \quad x'_\varphi = c_k \operatorname{tg}(\alpha + d\varphi).$$

Úsečku  $dx'$  vypočítame úpravou rovnice

Obr. 5.1. Vplyv stočenia na súradnice  $x'$  a  $z'$

$$dx' = x'_\varphi - x' = c_k \left( -\operatorname{tg} \alpha + \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} d\varphi}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} d\varphi} \right) = c_k \left( \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg} d\varphi + \operatorname{tg} d\varphi}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} d\varphi} \right).$$

Pri malých hodnotách uhla  $d\varphi (d\varphi \leq 3,5^\circ)$  je druhý člen menovateľa malá hodnota, ktorú môžeme zanedbať, potom rovnica nadobudne tvar

$$dx' = c_k (\operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg} d\varphi + \operatorname{tg} d\varphi). \quad (5.2)$$

V rovnici (5.2) položíme  $\operatorname{tg} d\varphi \approx d\varphi$ , nahradíme výraz  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{x'}{c_k}$  a dostaneme

$$dx' = x'_\varphi - x' = \left( \frac{x'^2}{c_k} + c_k \right) d\varphi. \quad (5.3)$$

Rovnica (5.3) vyjadruje vplyv chyby v stočení na súradnicu  $x'$ . V rovnici má výraz

$$c_k d\varphi$$

konštantnú hodnotu, druhý člen

$$\frac{x'^2}{c_k} d\varphi$$

je premenlivý, mení sa podľa veľkosti  $x'^2$ .

### Vplyv chyby v stočení na súradnicu $z'$

Vplyv chyby v stočení na súradnicu  $z'$  vyšetríme z obr. 5.1. Pre podobné trojuholníky vo vertikálnej rovine môžeme písať

$$z'_\varphi = z' \frac{\overline{AP'_\varphi}}{\overline{AP'}}. \quad (5.4)$$

Úsečky  $\overline{AP'_\varphi}$  a  $\overline{AP'}$  vypočítame z rovníc

$$\overline{AP'_\varphi} = \frac{c_k}{\cos(\alpha + d\varphi)}, \quad \overline{AP'} = \frac{c_k}{\cos \alpha}.$$

Po dosadení do rovnice (5.4) a úprave dostaneme

$$z'_\varphi = z' \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + d\varphi)} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha \cos d\varphi - \sin \alpha \sin d\varphi}. \quad (5.5)$$

V rovnici (5.5) pre malé hodnoty  $d\varphi$  platí:

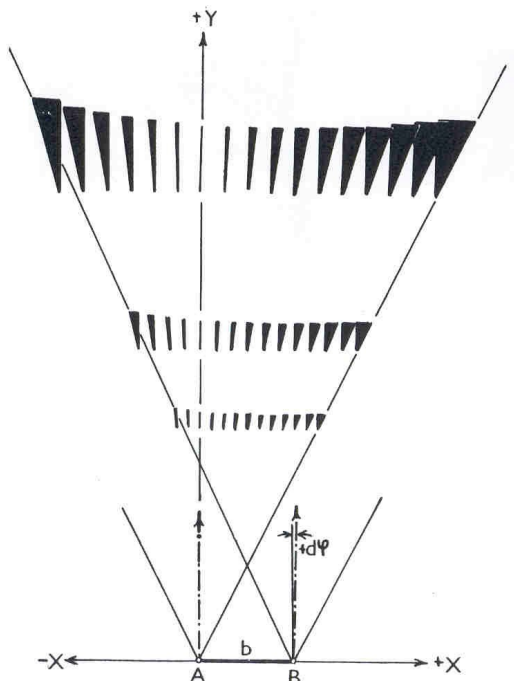
$$\cos d\varphi \approx 1, \quad \sin d\varphi \approx d\varphi$$

v zmysle tejto úpravy dostaneme

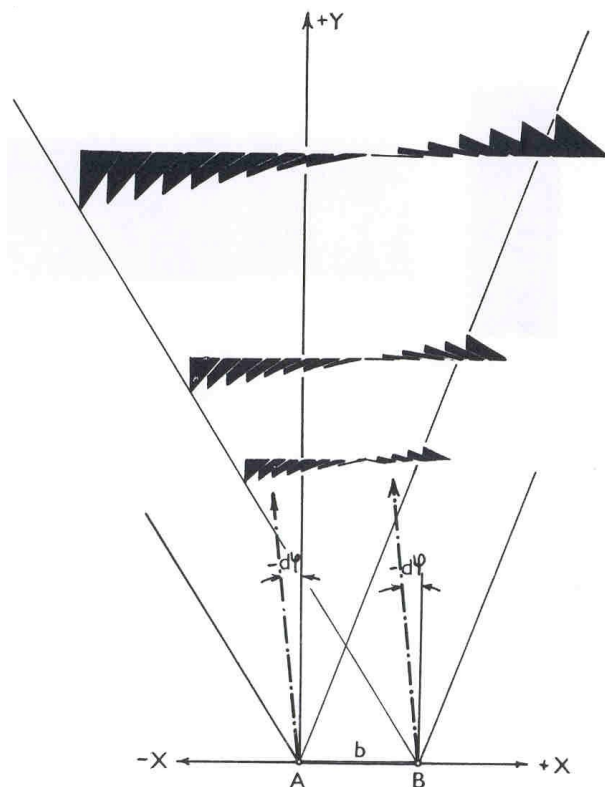
$$z'_\varphi = z' \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - d\varphi \sin \alpha} = z' (1 - \operatorname{tg} \alpha d\varphi)^{-1}. \quad (5.6)$$

Člen v zátvorke v rovnici (5.6) rozvineme do radu a použijeme z neho len prvé členy

$$(1 - \operatorname{tg} \alpha d\varphi)^{-1} = 1 + \operatorname{tg} \alpha d\varphi + (\text{vyššie rady}).$$



Obr. 5.2. Diferenčný vplyv stočenia na optický model



Obr. 5.3. Spoločný vplyv stočenia na optický model

Úsečku  $dz'$  potom vypočítame z rovnice

$$dz' = z'_\varphi - z' = \frac{x'z'}{c_k} d\varphi. \quad (5.7)$$

Chyba v snímkových súradniciach  $x'$  sa prejaví ako chyba v paralaxe a teda pôsobí na optický model. Zmenu optického modelu spôsobenú chybou  $d\varphi$  znázorňuje obr. 5.2 a obr. 5.3. Obr. 5.2 vyjadruje diferenčný vplyv  $d\varphi$ , obr. 5.3 vyjadruje spoločný vplyv. Na obrázkoch vyčiernený trojuholník znázorňuje neistotu v polohovom určení bodu, základňa trojuholníka predstavuje chybu v smere osi  $X$  a výška chybu v smere osi  $Y$ .

**Poznámka:** Diferenčným vplyvom označujeme chybu orientačného prvku pri jednotlivých snímkach. Keď sú obidve snímky zaťažené rovnakou chybou orientačného prvku (rovnakej veľkosti aj znamienka), hovoríme o spoločnom vplyve.

### Vplyvy chyby v sklone na súradnice $x'$ a $z'$

Chyba v sklone  $d\omega$  má podobný vplyv na snímkové súradnice ako chyba v stočení  $d\varphi$ . Chyby súradníc  $x'$  a  $z'$  určíme z rovníc (5.3) a (5.7) tak, že navzájom zameníme  $x'$  a  $z'$

$$dx' = x'_\omega - x' = \frac{x'z'}{c_k} d\omega, \quad (5.8)$$

$$dz' = z'_\omega - z' = \left( \frac{z'^2}{c_k} + c_k \right) d\omega.$$

### Vplyv chyby v pootočení na súradnice $x'$ a $z'$

Vplyv chyby  $d\kappa$  na snímkové súradnice vyjadrujú transformačné rovnice (4.9), ktoré v zodpovedajúcej symbolike budú mať tvar

$$x'_0 = x' \cos \kappa + z' \sin \kappa, \quad (5.9)$$

$$z'_0 = -z' \cos \kappa + x' \sin \kappa.$$

Vplyv chyby v pootočení na snímkové súradnice vyšetríme po diferencovaní rovníc (5.9)

$$dx' = (-x' \sin \kappa + z' \cos \kappa) d\kappa,$$

$$dz' = (z' \sin \kappa + x' \cos \kappa) d\kappa.$$

Za predpokladu, že  $\kappa$  je malá hodnota, môžeme vyjadriť vplyv pootočenia  $d\kappa$  na snímkové súradnice rovnicami

$$dx' = z' d\kappa, \quad (5.10)$$

$$dz' = x' d\kappa.$$

### Vplyv chýb vonkajšej orientácie na horizontálnu paralaxu

Výsledný vplyv chýb prvkov vonkajšej orientácie na súradnicu  $x'$  vyjadruje rovnica

$$dx' = \left( \frac{x'^2}{c_k} + c_k \right) d\varphi + \frac{x'z'}{c_k} d\omega + z' d\kappa. \quad (5.11)$$

Zmenu horizontálnej paralaxy vplyvom chýb vonkajšej orientácie vyjadríme z rovnice

$$dp = dx' - dx'',$$

rozdiel vyjadríme z rovnice (5.11)

$$dp = c_k (d\varphi_1 - d\varphi_2) + \left( \frac{x'^2}{c_k} d\varphi_1 - \frac{x''^2}{c_k} d\varphi_2 \right) + \frac{z'}{c_k} (x' d\omega_1 - x'' d\omega_2) + z' (d\kappa_1 - d\kappa_2), \quad (5.12)$$

kde  $z' = z''$ , index 1 označuje vplyv chýb prvkov vonkajšej orientácie ľavej snímky a index 2 vplyv pravej snímky.

### Dovolené odchýlky v $d\varphi$ , $d\omega$ , $d\kappa$

Pri stanovení dovolenej odchýlky orientačných prvkov vychádzajme z predpokladu, že ich vplyv nesmie ovplyvniť snímkové súradnice viac ako je presnosť ich vymerania. Pre meranie na stereokomparátore je to 0,01 - 0,02 mm. Dovolené chyby prvkov vonkajšej orientácie pre najnepriaznivejšiu polohu vyhodnocovaného bodu  $x' = 80$  mm,  $z' = 60$  mm pri  $c_k \approx 200$  mm majú hodnotu

$$d\varphi = 200^{\text{cc}}, \quad d\omega = 260^{\text{cc}}, \quad d\kappa = 80^{\text{cc}}.$$

V rovnici (5.3) sa výpočet dovolenej chyby  $d\varphi$  vykonal pre premenlivý člen

$$\frac{dx' c_k}{x'^2} \approx 200^{\text{cc}}.$$

Aby sa vylúčila chyba konštantného člena

$$d\varphi = \frac{dx'}{c_k} \approx 30^{\text{cc}},$$

je potrebné precízne orientačné zariadenie. Keďže vplyv chyby konštantného člena je možné vylúčiť opravou paralaxy, stačí smer osi záberu určiť s presnosťou 200<sup>cc</sup>. Dovoľené chyby  $d\omega$  a  $d\kappa$  boli vypočítané z rovníc (5.8) a (5.10).

Citlivosť libiel fototeodolitu je asi 30<sup>cc</sup>, potom snímky vyhotovené rektifikovaným fototeodolitom nie sú zaťažené neprípustnou chybou v  $d\omega$  a  $d\kappa$ . Podobne presnosť orientačného zariadenia je okolo 100<sup>cc</sup>, teda presnejšia ako dovoľená odchýlka v  $d\varphi$ .

## 5.2 Vplyv chýb prvkov vnútornej orientácie

Chyby v prvkoch vnútornej orientácie snímky vznikajú nesplnením podmienky totožnosti rovín obrazového rámu fototeodolitu a snímky v čase expozície.

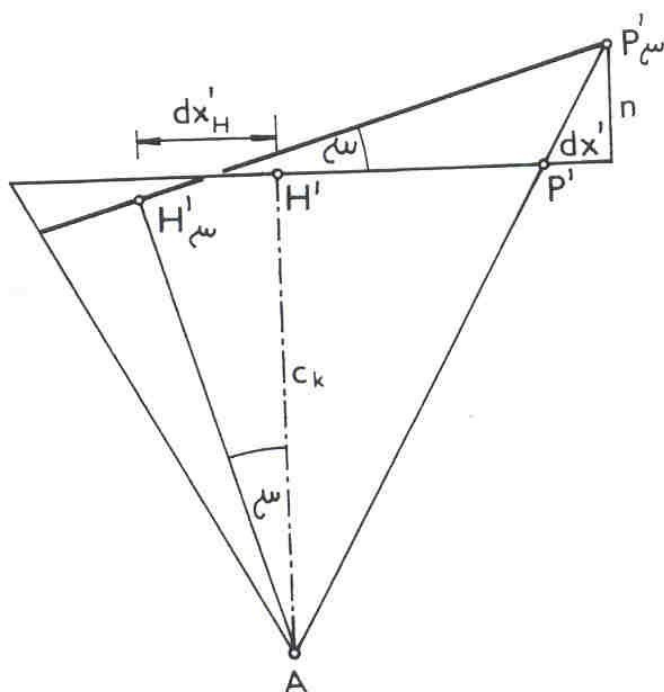
### Chyba v polohe hlavného snímkového bodu

Keď obidve snímky snímkovej dvojice vyhotovíme tým istým fototeodolitom, potom prípadná systematická chyba v polohe hlavného snímkového bodu  $dx'_H$  nevplyva na meranú horizontálnu paralaxu  $p$ , ako je zrejmé z rovnice

$$p = (x' + dx'_H) - (x'' + dx'_H) = x' - x''.$$

Prípustnú chybu v polohe hlavného snímkového bodu  $dx'_H$  vypočítame podľa obr. 5.4. Chyba  $dx'_H$  spôsobuje stočenie snímok o uhol  $\mu$ , pre ktorý platí

$$\mu = \frac{dx'_H}{c_k}. \quad (5.13)$$



Pre chybu v úsečke  $dx'$  spôsobenú chybou hlavného snímkového bodu  $dx'_H$  podľa obr. 5.4 platí

$$dx' = \frac{x'n}{c_k} = \frac{x'\mu x'}{c_k} = \frac{x'^2}{c_k^2} dx'_H. \quad (5.14)$$

Podľa požiadaviek na presnosť merania je potrebné určiť polohu hlavného snímkového bodu s presnosťou

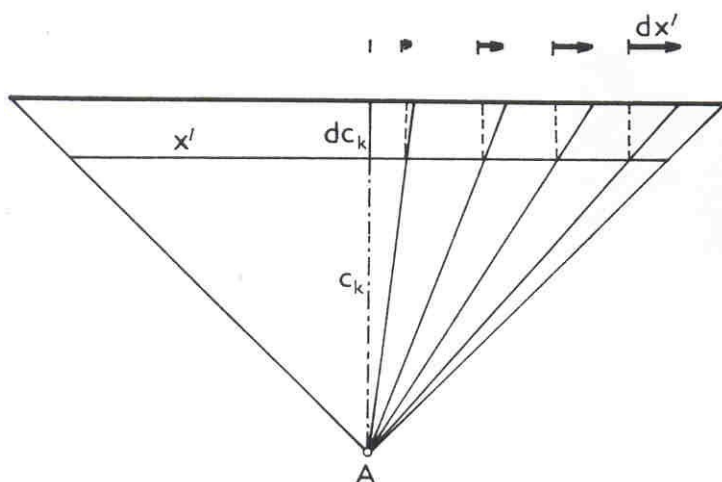
$$dx'_H = \frac{dx' c_k^2}{x'^2} = \frac{0,01 \cdot 200^2}{80^2} = 0,06 \text{ mm.}$$

Chyba v hlavnom snímkovom bode v smere osi  $Z'$  priamo vplyva na meranú snímkovú súradnicu  $z'$ . Prípustná chyba  $dz'_H$  nemá prekročiť presnosť vymeriavania snímkových súradníc, t.j.

$$dz'_H = 0,02 \text{ mm.}$$

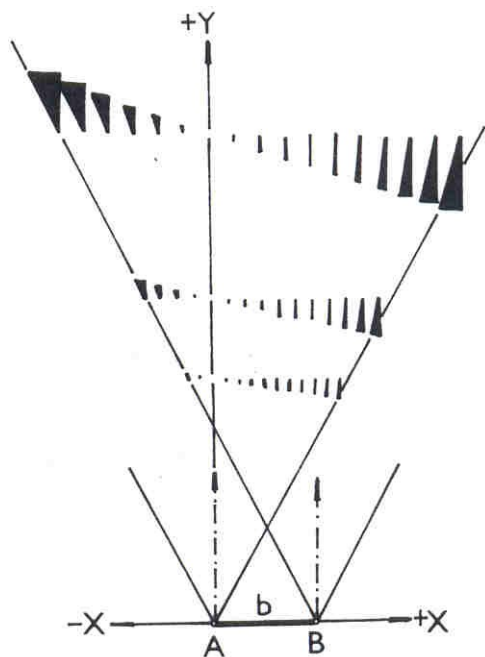
Obr. 5.4 Vplyv chyby v polohe hlavného snímkového bodu

## Chyba v konštante komory



Obr. 5.5. Vplyv chyby v konštante komory

Keď chyba  $dx'$  spôsobená  $dc_k$  nemá prekročiť hodnotu 0,01 mm, potom je nutné, aby emulzná strana platne doľahla na obrazový rám s presnosťou do 0,025 mm.



Obr. 5.6 Diferenčný vplyv konštanty komory na optický model

Prípadná chyba v konštante komory spôsobená napr. netesným dotykem emulznej strany fotografickej platne na obrazový rám fototeodolitu pozmeňuje snímkové súradnice v zmysle obr. 5.5. Ich zmeny vyjadrujú rovnice

$$\begin{aligned} dx' &= \frac{x'}{c_k} dc_k, \\ dz' &= \frac{z'}{c_k} dc_k. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Prípadná chyba  $dc_k$  na jednej snímke (tzv. diferenčná chyba) sa plne prejaví ako chyba v paralaxe a nepriaznivo ovplyvní tvar optického modelu, ako znázorňuje obr. 5.6. Spoločná chyba v konštante komory nevpĺva tak nepriaznivo na optický model ako diferenčná chyba. Ľahko sa môžeme presvedčiť, že má vplyv len na súradnicu  $y$  v zmysle rovnice

$$dy = \frac{y}{c_k} dc_k, \quad (5.16)$$

z čoho pre prípustnú odchýlku v spoločnej  $dc_k$  vyplýva

$$dc_k = \frac{dy}{y} c_k = \frac{1}{2000} 200 = 0,1 \text{ mm.}$$

## Skreslenie objektívu

Skreslenie objektívov vo fotogrametrii vykazuje rádovo menšie odchýlky než je možnosť vyhodnotenia napr. na stereokomparátore. Objektív Orthoprotar fototeodolitu Photho 19/1318 Zeiss má maximálne skreslenie 5  $\mu\text{m}$ .

Dovolených odchýlok prvkov vnútornej a vonkajšej orientácie

Tabuľka 5.1

$dx'_H$	$dz'_H$	$dc_k$	$d\varphi$	$d\omega$	$d\kappa$
0,06 mm	0,02 mm	0,02 mm	200 <sup>cc</sup>	260 <sup>cc</sup>	80 <sup>cc</sup>

### 5.3 Presnosť fotogrametrického vyhodnotenia

Všeobecné rovnice vyjadrujúce presnosť určenia súradníc pozemnej stereofotogrametrie  $y$ ,  $x$  a  $z$  dostaneme diferencovaním základných rovníc stereofotogrametrie. Po úprave, keď diferenciály nahradíme strednými chybami a vynecháme členy blízke nule, dostaneme:

$$\begin{aligned} m_y &= \frac{y^2}{b c_k} m_p, \\ m_x &= \sqrt{\left(\frac{x}{y} m_y\right)^2 + \left(\frac{x}{x'} m_{x'}\right)^2} \\ m_z &= \sqrt{\left(\frac{z}{y} m_y\right)^2 + \left(\frac{z}{z'} m_{z'}\right)^2}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Z rovníc (5.17) vyplýva, že presnosť súradníc na celom optickom modeli nie je homogénna. Presnosť súradníc  $y$  klesá so štvorcom vzdialenosti. Presnosť  $x$  a  $z$  závisí od vzdialenosti  $y$  a tiež od samotných súradníc  $x$  a  $z$ . Chyby  $m_x$  a  $m_z$  sú symetrické k osi záberu ľavej snímky.

Keď dosadíme do rovníc (5.17) okrem daných prvkov  $y$ ,  $x$ ,  $z$ ,  $b$ ,  $c_k$  za  $m_p$ ,  $m_{x'}$  a  $m_{z'}$  stredné chyby vo vyhodnocovaní paraláx a snímkových súradníc, dostaneme tzv. vnútornú presnosť daného vyhodnocovaného prístroja, na ktorú má rozhodujúci vplyv veľkosť základnicového pomeru  $b/y$  a presnosť v meraní paraláx. Skutočnú presnosť vyhodnotenia ovplyvňuje justážny stav vyhodnocovacieho prístroja, kvalita meračských snímkov, schopnosti vyhodnocovateľa a ako sme si ukázali v kap. 5.1 a 5.2, účinky zvyškových chýb prvkov vnútornej a vonkajšej orientácie na vyhodnocované snímkové súradnice a paralaxy.

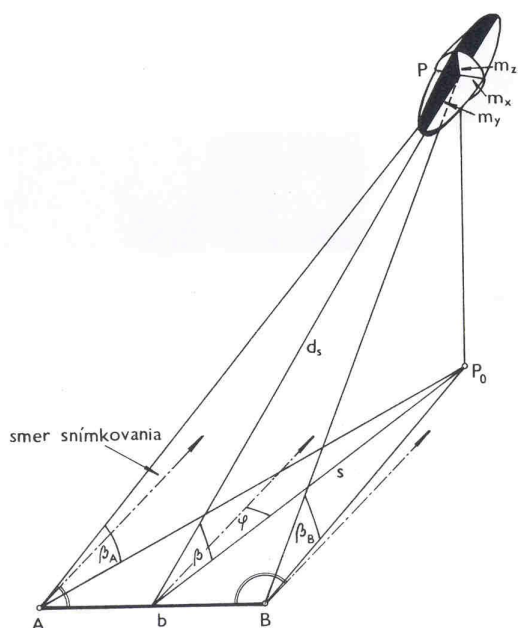
Pri prácach s menšími nárokmi na presnosť, napr. pri grafickom a analógovom vyhodnotení snímkov, vychádzame z predpokladu totožnosti rovín snímkového rámu fototeodolitu a snímky v čase expozície. Pred vyhodnocovaním sa obmedzujeme nanajvýš len na odstránenie rozdielu medzi hodnotami konštanty ľavej a pravej snímky, ktorý zisťujeme osobitným postupom v analógovom vyhodnocovacom prístroji. Súhrnný účinok zvyškových chýb prvkov vnútornej a vonkajšej orientácie znižujeme korekciou geometrického modelu pomocou vlícovacích bodov, ako si to uvedieme v kap. 7.22.

Pri prácach náročných na presnosť vyhodnotenia, akými sú aplikácie v oblasti inžinierskej fotogrametrie, vychádzame z predpokladu, že prvky vnútornej orientácie snímkov a komory nie sú totožné a prvky vonkajšej orientácie sú tiež zaťažené určitými chybami. Potom pre každú snímku osobitne určujeme prvky vnútornej orientácie snímky (okrem skreslenia objektívu) zvyškové chyby vonkajšej orientácie vo forme odchýlok od vyžadovanej geometrickej polohy osi záberu, resp. spojnice bočných rámových značiek.

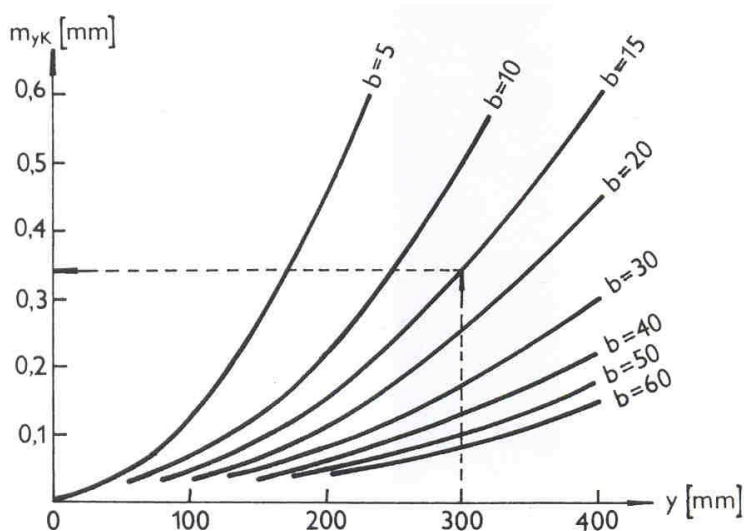
Pri aplikáciách pozemnej fotogrametrie v stavebnej praxi sa stretneme s vyhodnotením snímkov dvojice na analógovom vyhodnocovacom prístroji a vtedy nás bude zaujímať, aká je presnosť fotogrametricky vyhodnoteného bodu.

Vyžadovaná polohová presnosť sa zvyčajne kladie na roveň kartírovacej presnosti, ak nie sú vymedzené iné nároky na presnosť. Kartírovaciu presnosť na základe skúsenosti môžeme vyjadriť hodnotou 0,1 až 0,2 mm v mierke vyhodnocovanej mapy. Strednú chybu vo vzdialenosti a stredné chyby v súradniciach jednotlivo vyhodnoteného bodu, vyjadrené osami rotačného symetrického elipsoidu chýb (obr. 5.7) podľa Zeller [14], vyjadrujú rovnice

$$m_y = \frac{s^2}{b \cos^2 \beta \cos \varphi} \frac{m_p}{c_k},$$



Obr. 5.7 Presnosť vyhodnotenia bodu vyjadrená rotačným symetrickým elipsoidom chýb



Obr. 5.8 Diagram na určenie strednej chyby  $m_{yk}$  kartírovaného bodu

$$m_x \div m_z = \frac{s}{\cos \beta} \frac{m_{x'}}{c_k} = 0,5 m_y . \quad (5.18)$$

keď v rovniciach dosadzujeme za  $m_p = 0,01$  mm a  $m_{x'} = 0,02$  mm.

Odvodenie strednej chyby vo vzdialenosti nám uľahčuje diagram na obr. 5.8, na ktorom pre príslušnú  $y$ -ovú prístrojovú súradnicu ( $y = 300$  mm) a dĺžku fotogrametrickej základnice ( $b = 15$  m) určíme presnosť ( $m_y = 0,34$  mm) v mierke mapy, napr. pre  $M = 1:500$   $m_y = 0,17$  m a  $m_z = 0,08$  m.